

Планирование инвестиций страховой компании

Новикова Александра Валерьевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: alexandranovikova-98@yandex.ru

Само существование страховых компаний как организаций, потенциально выплачивающих денежные суммы больших размеров, в сравнении с получаемыми премиями, объясняет остроту вопроса о моменте их разорения. Это один из важнейших показателей при планировании стратегии развития любой компании. В качестве инструмента повышения надёжности страховой компании в данной работе рассматривается регулярное инвестирование фиксированной части капитала в безрисковый актив. Модель предполагает дискретные изменения капитала (например, каждый день, неделю, месяц или год) и наступление разорения сразу после достижения размером капитала нулевого значения (классическое понятие разорения). Таким образом, размер капитала компании в момент времени n имеет следующий вид

$$S_n = (1 - \delta)S_{n-1} + c - X_n + u_m \delta S_{n-(m+1)},$$

где $S_0 = x$ – начальный капитал компании, $c = \text{const}$ – размер поступивших за период премий, $\delta \in [0, 1]$ – постоянная доля инвестирования в безрисковый актив на m периодов с процентной ставкой β за период ($u_m := (1 + \beta)^m$), X_n – суммарный объём требований за период. При этом предполагается, что требования X_n являются независимыми случайными величинами с соответствующими плотностями распределения p_{X_n} и конечными первыми моментами.

Именно в такой постановке рассматривается задача о нахождении формулы для вероятности разорения в [1] с дополнительным предположением об одинаковом распределении требований (в таком случае плотность распределения любого требования обозначается p_X). В данной статье были получены формулы расчёта вероятности разорения страховой компании как к определённому периоду n , так и в предельном случае. Так, например, предельная вероятность $\varphi(x)$ (вероятность, что разорение когда-нибудь произойдёт) равна

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{f_1} \cdots \int_0^{f_{n-1}} \int_{f_n}^{\infty} \prod_{k=1}^n p_X(v_k(y_1, \dots, y_n)) dy_1 \dots dy_n,$$

где $(v_1, \dots, v_n)^T = \mathbf{G}_n^{-1}(y_1, \dots, y_n)^T$, а числовые последовательность f_n и матрица \mathbf{G}_n определяются соотношением

$$(S_1, \dots, S_n)^T = (f_1, \dots, f_n)^T - \mathbf{G}_n \cdot \mathbf{X}_n$$

Однако данная формула (как и для вычисления вероятности разорения к определённому периоду) является трудоёмкой для компьютерного вычисления из-за кратных интегралов. Авторы статьи рассматривают случай экспоненциального распределения требований и получают конечный результат интегрирования. В свою очередь, целями данной работы являются обобщение модели до гамма-распределения требований с произвольными параметрами, получение явного значения вероятности разорения и сравнение с результатами для экспоненциального распределения.

Источники и литература

- 1) E. Bulinskaya, B. Shigida. Discrete-Time Model of Company Capital Dynamics with Investment of a Certain Part of Surplus in a Non-Risky Asset for a Fixed Period, *Methodology and Computing in Applied Probability, Vol. 23, pp. 103-121, 2021*