Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Об условиях, гарантирующих единственность решения проблемы моментов

Кыльчик Сергей Витальевич
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: ser03.03@mail.ru

В [3] изучена взаимосвязь известных достаточных условий, гарантирующих единственность решения проблемы моментов, и построен пример, демонстрирующий, что из условия Карлемана не вытекает условие Стоянова [2]. При построении рассматриваются независимые одинаково распределенные по показательному закону с параметром 1 случайные величины ξ_1, ξ_2, η_1, η_2, и утверждается, что для произведения $X := X_1X_2$, где $X_1 := \xi_1 \ln(1+\eta_1)$, $X_2 := \xi_2 \ln(1+\eta_2)$, выполняется критерий Карлемана, но не выполняется критерий Стоянова. В этой же статье авторами утверждается, что при произвольном выборе чисел $r_1, r_2 \in [0,1]$, $r_1+r_2 \neq 0$, моменты случайной величины $X(r_1,r_2) := X_1(r_1)\, X_2(r_2)$, где $X_1(r_1) := \xi_1\ (\ln(1+\eta_1))^{r_1}$, $X_2(r_2) := \xi_2\ (\ln(1+\eta_2))^{r_2}$, удовлетворяют условию Карлемана, но не удовлетворяют условию Стоянова, однако детали доказательства были опущены. Цель работы — восстановить доказательство этого утверждения и дополнить результаты, полученные в [3], новыми примерами случайных величин, показывающими, что условие Карлемана является более общим по сравнению с условием Стоянова. Построенные примеры основаны на утверждениях, полученных в [3], и являются достаточно сложными, что во многом подтверждает хорошую практическую применимость условия Стоянова, которое технически является более простым при использовании, чем условие Карлемана. В связи с этим возникла естественная задача — проверить, будут ли моменты случайной величины X, построенной следующим образом: $X = X_1X_2$, где $X_1 = a(\xi_1)b(\eta_1)$ и $X_2 = a(\xi_2)b(\eta_2)$, удовлетворять условию Карлемана, но не удовлетворять условию Стоянова, для произвольных правильно меняющихся функций $a(x)$ и медленно меняющихся функций $b(x)$ [1]. Установлено, что для правильно меняющейся функции $a(x) = x$ и медленно растущей функции $b(x) = e^{1-e^{-x}}$ рассматриваемая случайная величина X будет удовлетворять обоим условиям.

Источники и литература

1) Сенета, Е., Шиганов, И. С. (1985). Правильно меняющиеся функции: Пер. с англ. Наука.
2) Стоянов, Й. (2017). Контрпримеры в теории вероятностей. Litres.
3) Яровая, Е. Б., Стоянов, Й., Костяшин, К. К. (2019). Об условиях, при которых вероятностное распределение однозначно определяется своими моментами. Теория вероятностей и ее применения, 64(4), 725-745.