Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вероятности достижения для случайных блужданий в полосе

Краснов Иван Вячеславович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: i.v.krasnov96@gmail.com

Рассматривается случайное блуждание частицы, заданное на полосе $\mathbb{Z}_+ \times \{0, 1\}$, координаты положения которой будем обозначать $x = (n, i),\ n \in Z,\ i = 0, 1$. Переходные вероятности из точки в точку обозначим $p_{xy},\ x = (n, i),\ y = (m, j)$. Будем предполагать ограниченность скачков, то есть существует $d > 0$ такое, что $p_{xy} = 0$, если $|n - m| > d$. Кроме того предполагается однородность — для всех n, m, i, j, k вероятности перехода из (n, i) в (m, j) и из $(n + k, i)$ в $(m + k, j)$ одинаковы, если $|k| \leq d$.

Обозначим через $\mathbf{P}_{n,i}$ вероятность того, что частица, находящаяся в точке (n, i) достигнет точку $(0, 0)$ раньше, чем точку $(0, 1)$. Отдельно отметим, что $\mathbf{P}_{0,1} = 0$, $\mathbf{P}_{0,0} = 1$.

Определим индуцированную цепь Маркова на двухчастичном множестве с переходными вероятностями

$$q(i \to j) = \sum_{n,m} p_{(n,i),(m,j)}$$

Теорема 1. *Если индуцированная цепь эргодична, то существуют константы* $C > 0,\ 0 < \lambda < 1$ *такие, что при* $n \to \infty$

$$|\mathbf{P}_{n,0} - \mathbf{P}_{n,1}| \sim C\lambda^n.$$

Будут приведены два доказательства этого утверждения — аналитическое, с помощью которого можно эти константы вычислить, и вероятностное, которое обобщается на более общие случаи.