Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

О спектре нелокальной краевой задачи для ОДУ 4 порядка

Научный руководитель – Скубачевский Александр Леонидович

Карамян Рубен Дженсикович
Студент (магистр)
Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия
E-mail: rkaramyan@yandex.ru

Рассмотрим уравнение

$$Au + \lambda^4 u = -a_0(t)u^{(4)}(t) + a_1(t)u^{(3)}(t) + \\ + a_2(t)u''(t) + a_3(t)u'(t) + a_4(t)u(t) + \lambda^4 u = f_0(t) \qquad (t \in (0,1)) \tag{1}$$

с интегральными условиями

$$B_{\rho j}u = \int\limits_0^1 h_{\rho j}(t)u^{(j-1)}(t)dt = f_{\rho j} \qquad (\rho = 1, 2, \quad j = 1, 2). \tag{2}$$

Здесь a_i $(i = 0, 1, 2, 3, 4)$ — вещественнозначные функции такие, что $a_0(t) \geq k > 0$ $(0 \leq t \leq 1)$ и $a_1, a_2, a_3, a_4 \in C[0,1], f_0 \in L_2(0,1)$ — комплекснозначная функция, $f_{\rho j} \in \mathbb{C}$ $(\rho = 1, 2,\ j = 1, 2)$ — константы, $\lambda \in \mathbb{C}$ — спектральный параметр, а $h_{\rho j}$ — линейно независимые вещественнозначные функции.

Введем определители, зависящие от значений весовых функций в точках 0 и 1:

$$\Delta_h^j = \begin{vmatrix} h_{1j}(0) & h_{1j}(1) \\ h_{2j}(0) & h_{2j}(1) \end{vmatrix} \qquad (j = 1, 2).$$

Для решения задачи (1), (2) при достаточно больших значениях параметра существует априорная оценка в эквивалентных нормах

$$|||u|||_{W_2^4(0,1)} \leqslant C|\lambda|^{1/2}|||L(\lambda)u|||_{\mathcal{W}[0,1]}, \tag{3}$$

где $C > 0$ не зависит от λ и u, при выполнении некоторых условий:

- определители Δ_h^1 и Δ_h^2 вблизи концов интервала $(0, 1)$ отличны от нуля.

Доказательство этого утверждения опирается на методы, предложенные в [2] и развитые в [1].

Источники и литература

1) Даровская К. А., Скубачевский А. Л. *Об одной спектральной задаче с интегральными условиями.* Тр. сем. им. И. Г. Петровского, 28, Изд-во Моск. ун-та, М., 2011, 147–160.

2) Скубачевский А. Л., *Неклассические краевые задачи. I.* Современная математика. Фундаментальные направления. 2007. Т. 26. С. 3–132.