

Эта-инвариант и индекс для операторов на прямой, периодических на бесконечности

Научный руководитель – Савин Антон Юрьевич

Жуйков Константин Николаевич

Аспирант

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия

E-mail: zhuykovcon@gmail.com

Работа посвящена проблеме индекса для эллиптических псевдодифференциальных операторов (ПДО) на вещественной прямой с периодическими на бесконечности коэффициентами. Такие операторы имеют вид

$$D = \chi_- D_- \chi_- + \chi_0 D_0 \chi_0 + \chi_+ D_+ \chi_+, \quad (1)$$

где $1 = \chi_-^2 + \chi_0^2 + \chi_+^2$ — разбиение единицы, подчинённое покрытию

$$\mathbb{R} = (-\infty, -T + \varepsilon) \cup (-T - \varepsilon, T + \varepsilon) \cup (T - \varepsilon, +\infty)$$

при $T > 0$, D_- и D_+ представляют собой матричные ПДО размерности $N \times N$ с периодическими коэффициентами, а D_0 является матричным ПДО размерности $N \times N$ на вещественной прямой. Здесь символы операторов D_- , D_0 и D_+ удовлетворяют определённым условиям сопряжённости в точках $-T$ и T . Используя подход Мельроуза [3], мы определяем η -инварианты (см., напр., [2,3]) периодических операторов D_- и D_+ как регуляризованные числа вращения для семейств ПДО с параметром типа Шубина [1] и устанавливаем их основные свойства. В частности, доказано, что η -инвариант обладает логарифмическим свойством, а также получена формула для производной η -инварианта семейства операторов по параметру.

Далее устанавливается формула индекса оператора (1) в терминах символа оператора D_0 и построенных η -инвариантов, которые описывают вклад плюс и минус бесконечности в формулу индекса. Наконец, вычисляются η -инварианты дифференциальных операторов в терминах спектра их матриц монодромии. Результаты получены в совместной работе с А.Ю. Савиным.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке конкурса «Молодая математика России», а также РФФИ и Немецкого научно-исследовательского сообщества в рамках научного проекта № 21-51-12006.

Источники и литература

- 1) Савин А.Ю., Стернин. Б.Ю. Эллиптические G -операторы на многообразиях с изолированными особенностями // СМФН, Т. 59. 2016. С. 173–191.
- 2) Atiyah M., Patodi V., and Singer I. Spectral asymmetry and Riemannian geometry I // Math. Proc. Cambridge Philos. Soc., V. 77. 1975. PP. 43–69.
- 3) Melrose R. The eta invariant and families of pseudodifferential operators // Math. Research Letters, V. 2, No. 5. 1995. PP. 541–561.