

Конформное отображение на многоугольник с несколькими разрезами

Научный руководитель – Насыров Семён Рафаилович

Посадский Артём Феликсович

Студент (магистр)

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: posadskij.af@phystech.edu

В 19 веке Э. Кристоффелем [2] и Х. Шварцем [3] было получено выражение для конформного преобразования полуплоскости в многоугольник, содержащее в себе, так называемые, аксессуарные параметры. Для их определения на сегодняшний день разработано много подходов. Одним из таких является метод Куфарева [1]. Его идея состоит в последовательном проведении прямолинейных разрезов в некотором исходном многоугольнике, следя за динамикой которых, можно получить, интересующие нас, значения параметров.

В данной работе представлена модификация этого метода на случай нескольких разрезов с граничной нормировкой. Получено соответствующее уравнение Лёвнера [1]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial f}{\partial z} z(z-1) \sum_{i=1}^m C_i(t) \frac{\lambda_i(t) - 1}{\lambda_i(t) - z}, \quad (1)$$

где $C_i(t)$ – некоторые функции. Кроме того выведена система дифференциальных уравнений, описывающих динамику разрезов (не приведены ввиду громоздкости).

Преимущество предложенного подхода в том, что появляется возможность вместо нескольких последовательных шагов в методе Куфарева провести лишь один, написав несколько более сложную систему уравнений.

При обосновании метода возникает необходимость обратиться к вопросу о выборе подходящего параметра, по которому отображение было бы непрерывно дифференцируемо. В качестве такового предложена длина одного из разрезов. Показано, что если длины зависят гладко друг от друга, то требуемые условия выполнены.

Источники и литература

- 1) Александров И.А. Параметрические продолжения в теории однолистных функций. – М.: Наука, 1976. – 344 с.
- 2) Christoffel E.B. Sul problema delle temperature stazionarie e la rappresentazione di una data superficie // Ann. Mat. Pura Appl. Ser. II. – 1867. – V. 1. – P. 89–103.
- 3) Schwarz H.A. Ueber einige Abbildungsaufgaben // J. Reine Angew. Math. – 1869. – V. 70. – P. 105–120.

Иллюстрации

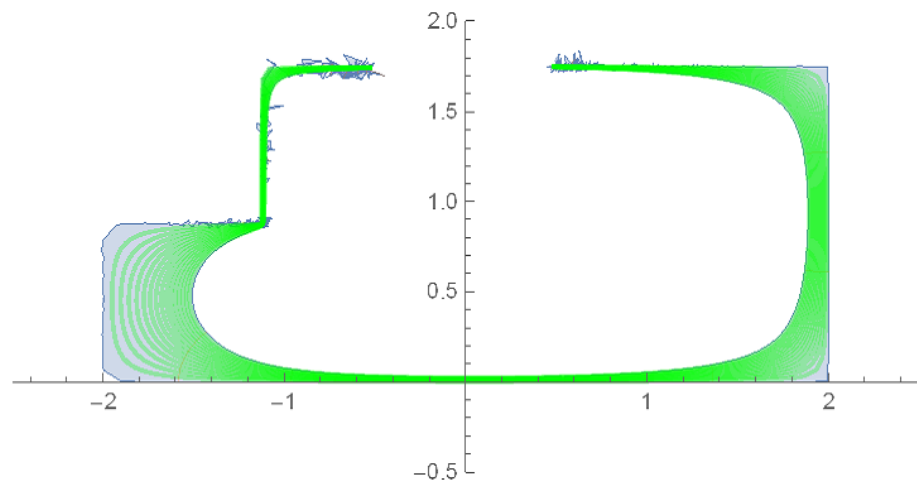


Рис. 1. Отображение на прямоугольник с отрезанным углом, полученное с помощью модифицированного метода Куфарева. (Из-за плохой сходимости интеграла при подсчёте близко к границе или при больших числах возникают проблемы.)