Секция «Геофизика»

Вычисление гравитационного потенциала и его производных по коэффициентам разложения на сферические гармоники

Научный руководитель – Лыгин Иван Владимирович

Зайцева М.С.[1], *Чепиго Л.С.*[2]

1 - Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Геологический факультет, Кафедра геофизических методов исследований земной коры, Москва, Россия, *E-mail: geniozms@gmail.com*; 2 - Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Геологический факультет, Кафедра геофизических методов исследований земной коры, Москва, Россия, *E-mail: geniozms@gmail.com*

При анализе потенциального поля важной задачей является представление на сфере гравитационного потенциала и всех его компонент. Традиционно их представление на ней выполняется по сферическим гармоникам, и анализ поля осуществляется исходя из них. Однако методы гравиразведки используются для работы непосредственно с аномалиями гравитационного поля, а не с его разложением на сферические гармоники. Тем не менее, представление аномалий гравитационного потенциала в виде разложения на сферические гармоники имеет ряд преимуществ, к которым можно отнести возможность расчёта гравитационного поля на сфере любого радиуса (аналог пересчёта в верхнее полупространство), а также сокращение памяти для хранения данных.

В работе рассмотрено выражение, раскладывающее потенциал на сферические гармоники.

$\mathrm{V}(\lambda, \theta, R) = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{a}{R}\right)^n \left(\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)\right) \bar{P_n^m}(\cos(\theta))$

Подобное представление гравитационного потенциала имело место в публикации Сагитова М.У. [3]

В практике гравиразведки помимо силы притяжения (производной потенциала по R), широкое применение имеют производные потенциала по горизонтальным координатам, аналогами которых могут выступать производные по долготе и широте. Опуская вывод, запишем производную по λ.

$\mathrm{V}_\lambda = -\frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{n} m \left(\frac{a}{R}\right)^n \left(\bar{C}_{nm} \sin(m\lambda) - \bar{S}_{nm} \cos(m\lambda)\right) \bar{P_n^m}(\cos(\theta))$

Так же без вывода запишем производную по θ.

$\mathrm{V}_\theta = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{a}{R}\right)^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda))(mctg(\theta) \bar{P_n^m}(cos(\theta)) - \bar{P_n^{m+1}}(cos(\theta)))$

Таким образом, приведённые в работе [3] формулы независимо выведены авторами и актуализированы для программирования. С использованием программы выполнены расчёты компонент гравитационных полей Земли, Луны и Марса.

Источники и литература

1) Чепиго Л.С., Ткаченко Н.С., Лыгин И.В. Определение параметров точечного источника по гравитационному полю, заданному на сфере // Вестник Московского университета. Серия 4: Геология; Изд-во МГУ, 2019, с. 83-87
2) Булычёв А.А., Лыгин И.В., Мелихов В.Р. Численные методы решения прямых задач грави- и магниторазведки (конспект лекций): Учеб. пособие для студентов и магистрантов специализации «Геофизика». М., 2010. 164 с.
3) Сагитов М.У. Лунная гравиметрия // Издательство «Наука», М., 1979 г., 432 с.