Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

О турнирах с диаметром n-2

Научный руководитель – Абросимов Михаил Борисович

Шабаркова Александра Олеговна
Студент (специалист)
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Факультет компьютерных наук и информационных технологий, Саратов, Россия
E-mail: shabarkova_ alex.andra@mail.ru

Турниром называется полный направленный граф.

Конгруэнция турнира $\overrightarrow{T} = (V, \alpha)$ – это такая эквивалентность на множестве его вершин, что факторграф по ней является турниром. То есть конгруэнция турнира $\overrightarrow{T} = (V, \alpha)$ – такая эквивалентность Θ на множестве V, что никакие два различных Θ-класса не имеют встречных дуг.

Турнир $\overrightarrow{T} = (V, \alpha)$ называется простым, если решётка его конгруэнций двухэлементна, то есть если $\overrightarrow{T}$ не содержит собственных нетождественных конгруэнций.

Эксцентриситет вершины графа – это наибольшее из расстояний от этой вершины до всех остальных.

Диаметр графа – это наибольший из эксцентриситетов всех его вершин.

Строению турниров посвящено много работ, см. например [5]. Простым турнирам посвящена работа [3]. Известно, что у каждого турнира имеется вершинное 1-расширение до простого турнира [1]. Эксцентриситетам турниров посвящено исследование [4]. Показано, что большинство турниров имеет диаметр 3 [5].

Был произведён вычислительный эксперимент по подсчёту количества турниров различного диаметра для $n \leq 10$. Результаты эксперимента приведены в таблице ниже. Видно, что они согласуются с известными теоретическими данными [5].

Диаметр	Размерность					
	6	7	8	9	10	11
∞	21	103	872	13 403	377 107	19 288 658
2	3	28	395	12 741	772 550	87 117 224
3	24	243	4451	139 951	7 683 411	744 296 620
4	7	71	1027	23 294	850 063	51 244 862
5	1	10	121	1951	46 574	1 726 123
6	–	1	13	179	3085	79 940
7	–	–	1	16	246	4476
8	–	–	–	1	19	322
9	–	–	–	–	1	22
10	–	–	–	–	–	1

Ранее было получено полное описание турниров с максимальным диаметром равным $n-1$ [2]. Такой турнир только один для каждого числа вершин, при том он является простым. В данной работе удалось получить полное описание турниров с диаметром $n-2$.

ТЕОРЕМА. Для каждой размерности $n \geq 6$ существует $3n-11$ турниров с диаметром $n-2$, причём $2n-10$ из них будут являться простыми, а $n-1$ – нет.

Источники и литература

1) Мун Дж.В. Вложение турниров в простые турниры // Теория графов. Покрытия. Укладки. Турниры. М., Мир, 1974. С. 169-174.
2) Шабаркова А.О. Об одном классе простых турниров // Материалы Международного молодежного научного форума «Ломоносов-2019». М.: МАКС Пресс. 2019.
3) Erdös P., Fried E., Hajnal A., Milner E. C. Some remarks on simple tournaments //Algebra universalis. 1972. Vol. 2, fasc. 2.P. 238-245.
4) Harminc M., Ivanro J. Note on Eccentricities in Tournaments // Graphs and Combinatorics. 1994. Vol. 10. P. 231-234.
5) Moon J.W. Topics on tournaments. New York, 1968.