Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Оценки энергопотребления для класса объемных схем с близкими выходами

Научный руководитель – Гасанов Эльяр Эльдарович

Ефимов Алексей Андреевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической теории интеллектуальных систем, Москва, Россия
E-mail: efimovqwerty@yandex.ru

Во многих работах изучалась проблема сложности схем из функциональных элементов, реализующих функции алгебры логики от n аргументов. При этом почти всегда рассматривались схемы, в которых не учитывались вполне естественные ограничения на размещение элементов схемы в плоскости или пространстве, способы их соединения, разводка проводов и т.п. В действительности, любая схема состоит из отдельных элементарных частей (функциональных элементов), которые имеют определенную длину, ширину и соединяются проводниками, размеры которых следует учитывать.

Впервые понятие плоской схемы было введено Кравцовым [1] в 1967 году. Работа посвящена объёмным схемам, которые определяются аналогично плоским схемам, но в манхэттенском пространстве. Под объёмной схемой автор понимает укладку схемы в пространстве. При этом кубическим элементом (в пространстве мы его будем изображать в виде единичного куба) будем называть булев оператор, у которого в сумме не более 6 входов и выходов.

Много интересных результатов было получено Калачёвым [3, 4] для плоских схем. Автор также использует такую меру сложности схемы, как потенциал. Он равен максимальному значению количества единиц на всех внутренних узлах схемы. Неформально говоря, потенциал играет роль средней «энергии» схемы, необходимой для её функционирования.

В данной работе впервые был получен порядок роста потенциала для булевых операторов в классе схем с близкими выходами. А именно показано, что в классе объёмных схем с близкими выходами, реализующих булевы операторы $f:\{0,1\}^n \to \{0,1\}^m, (m \leq n)$ порядок потенциала равен $\mathcal{O}(\sqrt[3]{m}\cdot 2^{n/3})$. Если же число выходов операторов связано ограничением $n < m \leq n^2 \cdot 2^{n/3}$, то порядок потенциала объёмных схем, реализующих эти булевы операторы, равен $\mathcal{O}(\frac{m}{n}\cdot \sqrt[3]{m}\cdot 2^{n/3})$.

Источники и литература

1) Кравцов С. С. О реализации функций алгебры логики в одном классе схем из функциональных и коммутационных элементов. // Проблемы кибернетики. Вып. 19. — Наука, М., 1967. — С. 285–293.

2) Шкаликова Н. А. О реализации булевых функций схемами из клеточных элементов // Математические вопросы кибернетики. Вып. 2. — Наука, М., 1989. — С. 177–197.

3) Калачёв Г. В. Порядок мощности плоских схем, реализующих булевы функции // Дискретная математика. — 2014. — Т. 26, № 1. — С. 49–74.

4) Калачёв Г. В. Нижние оценки мощности плоских схем, реализующих частичные булевы операторы // Интеллектуальные системы. Теория и приложения (ранее: Интеллектуальные системы по 2014, № 2, ISSN 2075-9460). — 2014. — Т. 18, № 2. — С. 279–322.