Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Перечисление различных типов паросочетаний в полных q-арных деревьях

Научный руководитель – Малышев Дмитрий Сергеевич

Кузьмин Никита Александрович
Студент (бакалавр)
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» - Нижний Новгород, Факультет информатики, математики и компьютерных наук, Нижний Новгород, Россия
E-mail: nikita.kuz2000@gmail.com

Изучению числовых характеристик графов из параметрически заданных классов графов посвящено большое количество работ. Например, в работах [1,2,3] рассматривались асимптотики количеств независимых и максимальных независимых множеств. Так, в работе [1] была найдена асимптотика количества независимых множеств в n-мерном кубе при $n \longrightarrow +\infty$. А в работах [3] и [2] рассматривалось полное q-арное дерево высоты n, обозначаемое далее через $T_{q,n}$, и были получены асимптотики количеств независимых множеств и максимальных независимых множеств, соответственно, при фиксированном q и высоте, устремленной к бесконечности.

В докладе рассматриваются паросочетания и независимые паросочетания (т.е. паросочетания, в которых любые два ребра одновременно не смежны ни с каким ребром графа) в деревьях $\{T_{q,n}\}$. Для графа G количество паросочетаний будем обозначать через $m(G)$, а количество независимых паросочетаний через $im(G)$.

Основной результат доклада состоит в том, что для любого $q \geq 2$ существует число $b_q > 1$, при котором справедливо $m(T_{q,n}) \sim (\frac{1+\sqrt{1+4\cdot q}}{2})^{-\frac{1}{q-1}} \cdot (b_q)^{q^n}$ при $n \longrightarrow +\infty$. Кроме того, для $\forall q \in \{1,2,3\}$ существуют такие числа a'_q и $b'_q > 1$, что при $n \longrightarrow +\infty$ верна асимптотика $im(T_{q,n}) \sim a'_q \cdot (b'_q)^{q^n}$, а для любого достаточно большого q существуют $a^1_q \neq a^2_q$ и $b'_q > 1$ такие, что при $n \longrightarrow +\infty$ верны асимптотики

$$im(T_{q,3n}) \sim a^1_q \cdot (b'_q)^{q^{3n}}, im(T_{q,3n+1}) \sim a^2_q \cdot (b'_q)^{q^{3n+1}},$$

$$im(T_{q,3n+2}) \sim a^1_q \cdot (b'_q)^{q^{3n+2}}.$$

Численный эксперимент показывает, что последнее утверждение вступает в силу уже при $q = 4$.

Источники и литература

1) Коршунов А. Д., Сапоженко А. А. О числе двоичных кодов с расстоянием 2 // Проблемы кибернетики. 1983. Т. 40. С. 111– 130.
2) Талецкий Д. С., Малышев Д. С. О количестве максимальных независимых множеств в полных q-арных деревьях // Дискрет- ная математика. 2016. Т. 28, No 4. С. 139–149.
3) Kirschenhofer P., Prodinger H., Tichy R. Fibonacci numbers of graphs II // The Fibonacci Quarterly. 1983. Т. 21, No 3. С. 219– 229.