

Предикатный вариант объединённой логики задач и высказываний

Научный руководитель – Беклемишев Лев Дмитриевич

Оноприенко Анастасия Александровна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической логики и теории
алгоритмов, Москва, Россия
E-mail: ansidiana@yandex.ru

А. Н. Колмогоров рассматривал интерпретацию интуиционистской логики высказываний как логики задач [1]. По его замыслу эта работа должна была стать предпосылкой к созданию «единого логического аппарата», работающего одновременно с объектами двух типов: задачами и высказываниями. С.А. Мелихов в [5], [6] ввёл в рассмотрение объединённую логику задач и высказываний QHC, содержащую переменные двух сортов – сорта высказывание и сорта задача. Формулы логики QHC строятся из переменных с помощью стандартных классических и интуиционистских связок и кванторов $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow, \forall, \exists$ (не меняющих сорт формул), а также модальностей ! и ?. Формулы сорта высказывание подчиняются аксиомам и правилам вывода классической логики предикатов, а формулы сорта задача – аксиомам и правилам вывода интуиционистской логики предикатов. Модальности меняют тип формул: если p – формула сорта высказывание, то $!p$ – задача «найди доказательство p ». Если α – формула сорта задача, то $?\alpha$ – высказывание «задача α имеет решение». Эти модальности связаны между собой аксиомами и правилами вывода [5].

Автором в [2] были рассмотрены несколько типов моделей пропозиционального фрагмента HC логики QHC: алгебраическая семантика, модели типа Крипке с двумя независимыми множествами миров, модели Крипке с проверяющими мирами. Последние были введены в [4] как модели для интуиционистской эпистемической логики IEL^+ , консервативным расширением которой является логика HC. В [2] было показано, что логика HC полна относительно каждой из этих семантик.

В настоящей работе предлагается семантика типа Крипке для предикатной логики QHC, получающаяся обогащением семантики Крипке с проверяющими мирами логики HC путём добавления к каждому миру некоторого непустого множества, которое можно воспринимать как множество объектов, построенных к этому моменту. Подобная техника была использована в [3] для построения семантики интуиционистской логики предикатов. Нами доказана теорема о полноте логики QHC относительно получившейся семантики, показано дизъюнктивное и экзистенциальное свойство интуиционистского фрагмента логики QHC, а также показано, что QHC является консервативным расширением предикатного варианта логики IEL^+ .

Источники и литература

- 1) Колмогоров А. Н. Избранные труды. Математика и механика. Москва: Наука, 1985.
- 2) А. А. Оноприенко. Семантика типа Крипке для пропозициональной логики задач и высказываний. Матем. сб., 211:5 (2020), 98–125.
- 3) В. Е. Плиско, В. Х. Хаханян. Интуиционистская логика. М.: Изд-во при мех.-мат. ф-те МГУ, 2009.

- 4) Sergei Artemov, Tudor Protopopescu. Intuitionistic Epistemic Logic: <https://arxiv.org/abs/1406.1582v2>
- 5) Sergey A. Melikhov. A Galois connection between classical and intuitionistic logics. I: Syntax: <https://arxiv.org/abs/1312.2575>
- 6) Sergey A. Melikhov. A Galois connection between classical and intuitionistic logics. II: Semantics: <https://arxiv.org/abs/1504.03379>