

Об экспоненциальных рекуррентных свойствах диффузии Райта-Фишера с мутацией

Научный руководитель – Веретенников Александр Юрьевич

Синеокий Роман Юрьевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: ro-ssi@mail.ru

Работа посвящена рекуррентным свойствам одномерного диффузионного процесса Райта — Фишера (Wright-Fisher) «с мутацией», эта модель возникла и применяется в математической биологии, помимо этого, ее модификации применяются в финансовой математике, в качестве примера можно привести модель CIR, описывающую эволюцию ставок заимствования во времени.

Рассматривается решение одномерного стохастического дифференциального уравнения,

$$dX_t = [a(1 - X_t) - bX_t]dt + \epsilon\sqrt{X_t(1 - X_t)}dW_t$$

где $a, b, \epsilon > 0$; $X_0 = x \in [0, 1]$ - некоторое неслучайное начальное значение процесса. W_t - одномерный Винеровский процесс, где $t \in \mathbb{R}^+$. При определенных предположениях Феллера [1] на коэффициенты процесса имеет место недостижимость крайних точек отрезка $[0, 1]$, и возникает естественный вопрос о том, эргодичен ли процесс и если да, то насколько хороши его эргодические свойства. Работы на эту тему существуют, в частности применяемый подход был ранее использован в [2] для исследования эргодических свойств некоторого класса процессов, однако полученные результаты представляются новыми.

Эргодические свойства модели оказались очень хорошими, с конечным экспоненциальным моментом достижения любого внутреннего отрезка на $(0, 1)$. При этом в роли функций Ляпунова выступили степенные функции переменных x и $1 - x$ с отрицательным показателем, притом не с любым, а со строго ограниченным по модулю; тем не менее, как указано в заглавии работы, этого оказалось достаточно для существования конечного экспоненциального момента достижения внутреннего отрезка при стартовой точке извне его.

Список литературы

- [1] W. Feller, Two Singular Diffusion Problems // Ann. of Math. 1951. 54. P. 173-182.
- [2] A.Yu. Veretennikov, On polynomial mixing bounds for stochastic differential equations // Stochastic Processes and their Application. 1997.