Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Связь момента разорения и совокупных потерь страховой компании со стохастическим упорядочиванием

Научный руководитель – Булинская Екатерина Вадимовна

Новикова Александра Валерьевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: alexandranovikova-98@yandex.ru

Предсказание момента разорения страховой компании играет огромную роль в расчёте стартового капитала и успешности деятельности компании вообще. В докладе рассматривается классическая модель риска Крамера-Лундберга, т.е. капитал страховой компании $U(t)$ в момент времени t имеет вид

$$U(t) = u + ct - S(t),$$

где u – начальный капитал компании, c – постоянная скорость денежного притока (поступления премий), $S(t)$ – совокупный размер требований, поступивших к моменту t. При этом предполагается, что

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} D_i,$$

где $N(t)$ – пуассоновский процесс с параметром λ, не зависящий от последовательности независимых одинаково распределённых случайных величин D_i. Здесь D_i – размер i-*го* требования, т.е. неотрицательная случайная величина с известной функцией распределения и моментами $p_k = \mathbf{E}({D_i}^k)$. Таким образом, $S(t)$ – составной пуассоновский процесс.

Цель работы - упорядочить различные показатели функционирования страховой компании в зависимости от предположений о виде распределения требований D_i, параметра λ и начального капитала u.

Одним из таких показателей является процесс совокупных потерь $L(t) = S(t) - ct$. Для установления стохастического порядка (или более слабых порядков) между этими процессами важную роль играют моменты случайной величины $L = \max_t L(t)$, подсчитанные в [1] как функции интенсивности λ пуассоновского потока поступающих в компанию требований. Необходимо также исследовать зависимость этих моментов от вида распределения размеров требований D_i.

Основное внимание в работе уделяется вероятности разорения и моментам времени его наступления $T = \inf\{t : U(t) \geq 0\}$. Чтобы изучать конечные случайные величины, рассматривается случайная величина T_c с распределением, совпадающим с условным распределением T при условии $T < \infty$, т.е. $T_c = T | T < \infty$.

Далее ищется выражение $E(T_c)$ через вероятность разорения компании $\psi(u) = \mathsf{P}(T < \infty) = \mathsf{P}(L > u)$, где u - начальный капитал компании. Используя [2], получаем

$$\mathbf{E}(T_c) = \frac{\psi_1(u)}{\psi(u)},$$

где $\psi_1(u) = \dfrac{1}{\lambda p_1 \theta}[\int\limits_0^u \psi(u-x)\psi(x)dx + \int\limits_u^\infty \psi(x)dx - \dfrac{p_2}{2\theta p_1}\psi(u)]$, θ – страховая нагрузка.

Благодаря $\psi_1(u)$ и другим промежуточным функциям, можно получить ответы на вопросы, чему равен капитал перед разорением и какой дефицит образовался в момент разорения.

Источники и литература

1) H. U. Gerber. An Introduction to Mathematical Risk Theory, 1979
2) X. Sh. Lin, G. E. Willmot. The moments of the time to ruin, the surplus before ruin and the deflict at ruin, *Insurance:Mathematics and Economics, Vol. 27, pp. 19-44*, 2000