

О существовании совпадения пары многозначных отображений типа Замфиреску

Научный руководитель – Фоменко Татьяна Николаевна

Захарян Юрий Норикович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра общей топологии и геометрии, Москва,
Россия

E-mail: yuri.zakharyan@gmail.com

Доклад основан на совместной работе с Т.Н. Фоменко.

В 1972 году Т. Замфиреску рассмотрел класс отображений метрического пространства в себя и доказал для них теорему о неподвижной точке [1]. Данный результат существенно обобщает принцип Банаха, поскольку рассматриваемые в [1] отображения не только не являются сжимающими, но даже не обязаны быть непрерывными.

Позднее, в 2010 году К. Няммани и А. Кэвхао представили многозначный вариант отображений типа Замфиреску и получили для них теорему о неподвижной точке [2]. Недавно Т.Н. Фоменко и автором в работе [3] обобщены результаты работы [2] на случай совпадений. Было введено следующее понятие.

Определение 1. [3] Пусть (X, ρ) и (Y, d) – метрические пространства, $F, G : X \rightarrow \text{CB}(Y)$ – два многозначных отображения с непустыми замкнутыми и ограниченными образами. Пара (F, G) называется *парой типа Замфиреску*, если $F(X) \subseteq G(X)$ и существуют числа a, b, c , $0 \leq a < 1$, $0 \leq b < \frac{1}{2}$, $0 \leq c < \frac{1}{2}$, такие, что для любых $x, y \in X$ выполнено хотя бы одно из следующих неравенств:

$$\begin{aligned} H(F(x), F(y)) &\leq ad(G(x), G(y)), \\ H(F(x), F(y)) &\leq b[d(G(x), F(x)) + d(G(y), F(y))], \\ H(F(x), F(y)) &\leq c[d(G(x), F(y)) + d(G(y), F(x))], \end{aligned}$$

где H означает метрику Хаусдорфа, d означает расстояние между множествами.

Была доказана следующая теорема.

Теорема 1. [3] Пусть (X, ρ) и (Y, d) – метрические пространства, $F, G : X \rightarrow \text{CB}(Y)$, (F, G) – пара типа Замфиреску. Пусть график отображения G замкнут, и для некоторого $\gamma \geq 1$ и любых $x, y \in X$ выполнено неравенство $\rho(x, y) \leq \gamma d(G(x), G(y))$. Тогда существует точка совпадения F и G , т.е. такая точка $\xi \in X$, что $F(\xi) \cap G(\xi) \neq \emptyset$.

Кроме того, в работе [3] показано, что этот результат является следствием обобщенного принципа каскадного поиска нулей функционалов, который был предложен ранее Т.Н. Фоменко в работе [4].

Результаты работы [3] анонсированы также в работе [5].

Источники и литература

- 1) Zamfirescu T. Fixed point theorems in metric spaces //Arch. Math. (Basel). 1972. Vol. 23. P. 292–298.

- 2) Kannan R. Some results on fixed points // Bull. Calcutta Math. Soc. 1968. Vol. 10. P. 71–76.
- 3) Захарян Ю.Н., Фоменко Т.Н. О совпадениях пары многозначных отображений типа Замфиреску // Вестник Моск. ун-та, Математика, механика (в печати).
- 4) Фоменко Т.Н. Каскадный поиск прообразов и совпадений: глобальная и локальная версии // Матем. заметки, 2013. Т. 93. No. 1. С. 127–143
- 5) Захарян Ю.Н., Фоменко Т.Н. Сохранение нулей у семейства многозначных функционалов и приложения к теории неподвижных точек и совпадений // Докл. РАН. Сер. матем., информатика и проц. упр. 2020. Т. 493. С. 13–17.