Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Об одной задаче идентификации функции источника для квазилинейной параболической системы специального вида

Научный руководитель – Фроленков Игорь Владимирович

Копылова Вера Геннадьевна

Аспирант

Сибирский федеральный университет, Институт математики и фундаментальной информатики, Красноярск, Россия

E-mail: kopylova.vera@mail.ru

В полосе $G_{[0,T]} = \{(t,x) \mid 0 \leqslant t \leqslant T,\, x \in E_1\}$ рассматривается задача определения действительнозначных функций $\left(\overset{\varepsilon}{u}(t,x), \overset{\varepsilon}{v}(t,x), \overset{\varepsilon}{r}(t)\right)$, удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} \overset{\varepsilon}{u}_t(t,x) + a_{11}(t)\overset{\varepsilon}{u}(t,x) + a_{12}(t)\overset{\varepsilon}{v}(t,x) = \mu_1 \overset{\varepsilon}{u}_{xx}(t,x) + \overset{\varepsilon}{v}(t,x)\overset{\varepsilon}{u}_x(t,x) + \overset{\varepsilon}{r}(t) f(t,x), \\ \varepsilon \overset{\varepsilon}{v}_t(t,x) + a_{21}(t)\overset{\varepsilon}{u}(t,x) + a_{22}(t)\overset{\varepsilon}{v}(t,x) = \mu_2 \overset{\varepsilon}{v}_{xx}(t,x) + \overset{\varepsilon}{u}(t,x)\overset{\varepsilon}{v}_x(t,x) + g(t,x), \end{cases} \tag{1}$$

$\varepsilon - const, \quad \varepsilon \in (0,1]$,
начальным условиям

$$\overset{\varepsilon}{u}(0,x) = u_0(x), \quad \overset{\varepsilon}{v}(0,x) = v_0(x), \tag{2}$$

и условиям переопределения

$$\overset{\varepsilon}{u}(t,x^0) = \varphi(t), \tag{3}$$

где $\varphi(t) \in C^1[0,T]$, заданная функция на $[0,T]$.

В (1) функции $a_{ij}(t), i,j = 1,2$, заданы и непрерывны на отрезке $[0,T]$, функции $f(t,x)$, $g(t,x)$ достаточно гладкие и ограниченные в $G_{[0,T]}$, функции $u_0(x)$, $v_0(x)$ достаточно гладкие и ограниченные в E_1, $\mu_1, \mu_2 > 0$ – заданные постоянные. Входные данные согласованы.

Получены достаточные условия существования константы $0 < t^* \leqslant T$, зависящей от входных данных, такой, что при каждом фиксированном ε задача (1)-(3) имеет решение в классе

$$Z^p(t^*) = \{\overset{\varepsilon}{u}(t,x), \overset{\varepsilon}{v}(t,x), \overset{\varepsilon}{r}(t) | \overset{\varepsilon}{u}(t,x), \overset{\varepsilon}{v}(t,x) \in C^{1,p}_{t,x}([0,t^*]), \overset{\varepsilon}{r}(t) \in C([0,t^*])\},$$

где $p \geqslant 4$ – зависит от гладкости входных данных.

В классе $Z^p(t^*)$ доказана единственность классического решения обратной задачи (1)-(3).

Рассмотрен случай задачи Дирихле на множестве $[0,T] \times [0,l]$ с нулевыми граничными условиями при $x = 0$ и $x = l$. Получены достаточные условия существования и единственности решения.

Следующим шагом планируется изучение поведение решения задачи (1)-(3) при $\varepsilon \to 0$.