

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Катастрофа типа гиперболической омбилики формального решения одной системы уравнений газовой динамики

Научный руководитель – Хабибуллин Булат Нурмиевич

Шавлуков Азамат Мавлетович

Аспирант

Башкирский государственный университет, Факультет математики и информационных технологий, Уфа, Россия

E-mail: aza3727@yandex.ru

Исследуется типичная (с точки зрения математической теории катастроф) омбилическая особенность решения системы уравнений течения одномерного изоэнтропического газа

$$\begin{cases} u_t + uu_x + 3A\rho\rho_x = 0, \\ \rho_t + (\rho u)_x = 0, \end{cases} \quad (1)$$

соответствующей политропе газа $p = A(\rho^3 - \rho_0^3)$, где A – вещественная постоянная, ρ_0 – начальная плотность газа. В уравнение течения входит $\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial \rho} = 3A\rho$. Система (1) – частный случай модели одномерной газовой динамики

$$\begin{cases} u_t + uu_x + \alpha(\rho)\rho_x = 0, \\ \rho_t + (\rho u)_x = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где функция давления $\alpha(\rho)$ раскладывается в ряд Тейлора в окрестности точки $\rho_* > 0$.

В инвариантах Римана $r = u + \sqrt{3A\rho}$, $l = u - \sqrt{3A\rho}$ система (1) переписывается как система уравнений Хопфа:

$$\begin{cases} r_t + rr_x = 0, \\ l_t + ll_x = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Возмущение ростка катастрофы при этом отличается от описанного в работе [1]. Выдвигается гипотеза о неточности представленной в [1] классификации особенностей инвариантов Римана. Выдвигается гипотеза о наследовании особенностей гиперболических уравнений второго порядка от однородного линейного волнового уравнения.

Источники и литература

- 1) А. Х. Рахимов, “Особенности римановых инвариантов”, Функц. анализ и его прил., 27:1 (1993), 46–59; Funct. Anal. Appl., 27:1 (1993), 39–50