

Об эллиптических операторах, ассоциированных с метаплектической группой

Научный руководитель – Савин Антон Юрьевич

Жуйков Константин Николаевич

Аспирант

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия

E-mail: zhuykovcon@gmail.com

Рассматривается оператор вида конечной суммы

$$\mathcal{D} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} D_k \Phi^k: \mathcal{H}^s(\mathbb{R}^N) \longrightarrow \mathcal{H}^{s-d}(\mathbb{R}^N), \quad (1)$$

где D_k суть операторы из класса Шубина [2] порядка $\leq d$, Φ — метаплектический оператор (см., напр., [1,4]), $\mathcal{H}^s(\mathbb{R}^N)$ — пространство Соболева (см., напр., [5]). Группа G , порожденная степенями оператора Φ , изоморфна группе $\mathbb{Z}$.

Траекторным символом оператора (1) называется оператор-функция $\sigma_{\text{tr}}(\mathcal{D})(x, \xi)$ на $\mathbb{R}^{2N} \setminus \{0\}$, действующая ограничено в пространствах $\ell^2(\mathbb{Z}, \mu_{x, \xi, s}) \rightarrow \ell^2(\mathbb{Z}, \mu_{x, \xi, s-d})$ по формуле

$$[\sigma_{\text{tr}}(\mathcal{D})(x, \xi)]v(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sigma(D_k)(S^n(x, \xi))v(n-k), \quad (2)$$

где $\sigma(D_k)$ — главный символ оператора D_k , $S^n(x, \xi)$ — результат n -кратного применения симплектической матрицы S , отвечающей оператору Φ , к вектору $(x, \xi) \in \mathbb{R}^{2N}$, а пространство $\ell^2(\mathbb{Z}, \mu_{x, \xi, s})$ — гильбертово пространство последовательностей на $\mathbb{Z}$, квадратично суммируемых с весом $\mu_{x, \xi, s}(n) = |S^n(x, \xi)|^{2s}$.

В терминах траекторного символа (2) даны условия эллиптичности оператора (1) в зависимости от показателя гладкости соответствующих пространств Соболева s , предъявлена теорема конечности. В качестве примера при помощи теоремы Антоневица [3] в явном виде найдены условия эллиптичности двучленного оператора, отвечающего симплектической матрице S общего вида.

Результаты, которые будут представлены на докладе, получены в совместной работе с П. А. Сипайло. Работа поддержана РФФИ, проект №16-01-00373.

Источники и литература

- 1) Ж. Лере. *Лагранжесв анализ и квантовая механика. Математическая структура, связанная с асимптотическими разложениями и индексом Маслова*. М.: Мир, 1981.
- 2) М.А. Шубин. *Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория*. М.: Добросвет, 2005.
- 3) A.B. Antonevich, A.V. Lebedev. *Functional Differential Equations: II. C^* -Applications Part 1: Equations with Continuous Coefficients*. Taylor & Francis, 1998.
- 4) M. de Gosson. *Symplectic geometry and quantum mechanics*. Birkhäuser Verlag, Basel, 2006.
- 5) A.Yu. Savin, B.Yu. Sternin. Noncommutative elliptic theory. Examples. *Proc. Steklov Inst. Math.* 2010, 193-211 p.