

Модели упругости для разномодульных слоистых композитов

Научный руководитель – Олейников Александр Иванович

Кузьмина Татьяна Андреевна

Студент (магистр)

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: tatyana.kuzmina@phystech.edu

Слоистые композиты являются высокоэффективными материалами в несущих элементах конструкций летательных аппаратов. Для предварительной оценки проекта элемента конструкции из непрерывно-волоконных полимерных композиционных материалов (ПКМ) необходимо определение жесткости и прочности композита.

Для монослоев на основе современных препрегов широко известным является факт систематического превышения, в среднем на 10 – 20%, продольного модуля на растяжение над его значением при сжатии. Реальная практика расчётов конструкций из ПКМ при разных видах напряженно-деформированного состояния достаточно обосновывает надежность использования свойств монослоев на сжатие. В расчётах с обычной точностью эти модули полагают одинаковыми, не зависящими от знаков действующих напряжений. Необходимость учёта этой зависимости возникает при обеспечении высокоточных решений, например, для обработки результатов испытаний по определению жесткости композита на изгиб. Данное различие может существенно сказываться и на результатах расчёта на прочность [1]. Впервые в расчётах разномодульность была учтена С. П. Тимошенко для изотропных материалов при решении задачи об изгибе балки [5]. Это решение используется и в настоящее время при испытаниях композитов на изгиб [3]. Заметим также, что неучет в обычных расчётах разномодульности монослоев так же обусловлен отсутствием соответствующей модели поведения в стандартных пакетах инженерного анализа. В настоящем сообщении представлена модель упругого поведения слоистых ПКМ, учитывающая продольную разномодульность монослоев.

Паспортные характеристики монослоев типа углепластика свидетельствуют о том, что основной вклад в их жесткости даёт волокно, вследствие чего модуль упругости поперек волокон и модуль сдвига в плоскости часто можно считать пренебрежимо малыми по сравнению с модулем упругости вдоль волокон. Это обстоятельство позволяет сильно упростить расчёт жесткости ПКМ и используется в данной работе [4].

В [2] даны зависимости жесткостей от знаков продольных напряжений, действующих в монослоях тонкостенного композита в условиях плоского напряженного состояния с симметричными относительно срединной плоскости чередованием и углами ориентации слоев $(0, \pm\phi, 90)$. Используя коэффициенты матрицы упругих жесткостей E_{ij} из [2] связь средних напряжений σ_i и деформаций ε_i получаем в виде:

$$\sigma_i = E_{ij} (\operatorname{sgn} \varepsilon_{+\phi}, \operatorname{sgn} \varepsilon_{-\phi}, \delta_{ij} \operatorname{sgn} \varepsilon_i) \varepsilon_j, \quad (1)$$

где $\sigma_1 = \sigma_{11}$, $\sigma_2 = \sigma_{22}$, $\sigma_3 = \sigma_{12} = \sigma_{21}$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_{11}$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_{22}$, $\varepsilon_3 = 2\varepsilon_{12} = 2\varepsilon_{21}$, $\varepsilon_{\pm\phi} = \varepsilon_1 \cos^2(\phi) + \varepsilon_2 \sin^2(\phi) + \varepsilon_3 \sin(\pm\phi) \cos(\phi)$, $\delta_{ij} = 1$, если $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$, если $i \neq j$.

В правой части (1) и везде далее, если дополнительно не указано другое, по повторяющемуся индексу проводится суммирование от 1 до 3. (В скобках правой части (1) по индексу i суммирование не производить!).

Обратив (1), получаем связи деформаций ε_i пакета с действующими на него напряжениями σ_j :

$$\varepsilon_i = S_{ij} (\operatorname{sgn} \sigma_\psi) \sigma_j, \quad (2)$$

которые можно записать с использованием технических параметров.

В общем случае в (1) и (2) коэффициенты матрицы упругих податливостей S_{ij} , модули упругости, коэффициенты Пуассона и взаимного влияния зависят от знаков продольных напряжений во всех монослоях:

$$\operatorname{sgn} \sigma_\psi = (\operatorname{sgn} \sigma_0, \operatorname{sgn} \sigma_{+\phi}, \operatorname{sgn} \sigma_{-\phi}, \operatorname{sgn} \sigma_{90}), \quad \psi = (0, +\phi, -\phi, 90).$$

Продольные напряжения в слоях определяются с использованием соотношений [4].

Данные соотношения упругости (1) и (2) совпадают с классическими в случае отсутствия разномодульности слоев. Взаимосвязи (1) и (2) имеет неклассическую физическую нелинейность, жесткости и податливости зависят не от самих деформаций или напряжений, а только от их знаков.

Рассматривается влияние разномодульности слоев на жесткости ПКМ различных упаковок в случае одноосного сжатия-растяжения пакета под некоторым углом к направлению слоев (0). Вследствие нелинейности закона упругости при проведении расчетов использовался метод последовательных приближений.

Анализ результатов позволил предложить формулу для приближенного расчета модуля Юнга в направлении растяжения-сжатия:

$$E_\alpha^\pm = 1 / \left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos^4(\alpha)}{H_0 E_0^\pm + 2H_\phi \cos^4(\phi) / (1/E_\phi^\pm + (2/E_{90}^\pm)(H_\phi/H_{90}) \sin^4(\phi))} + \\ + \frac{\sin^4(\alpha)}{H_{90} E_{90}^\pm + 2H_\phi \sin^4(\phi) / (1/E_\phi^\pm + (2/E_0^\pm)(H_\phi/H_0) \cos^4(\phi))} + \\ + \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) \left[\frac{1}{2H_\phi E_\phi^\pm \sin^2(\phi) \cos^2(\phi)} - \frac{2 \sin^2(\phi) \cos^2(\phi)}{H_0 E_0^\pm \sin^4(\phi) + H_{90} E_{90}^\pm \cos^4(\phi) + H_0 E_0^\pm H_{90} E_{90}^\pm / (2H_\phi E_\phi^\pm)} \right] \end{array} \right\}$$

При сжатии расчетный модуль на 12% меньше экспериментального. В случае растяжения расчетный модуль ПКМ практически совпадает (превышение составляет не более 1%) со значением, полученным из испытаний образцов данного композита.

Выражаю благодарность научному руководителю д.ф.-м.н., профессору Олейникову Александру Ивановичу.

Источники и литература

- 1) Гришин В.И., Дзюба А.С., Дударьков Ю.И. Прочность и устойчивость элементов и соединений авиационных конструкций из композитов. М.: Физматлит, 2013.
- 2) Олейников А.И. Оценка жесткости и прочности слоистых композитов // Композиты и наноструктуры. М., 2017. т.9, №2, С. 77 - 79.
- 3) Полилов А.Н. Экспериментальная механика композитов. М.: МГТУ, 2015.
- 4) Работнов Ю.Н. Прочность слоистых композитов // Изв. АН СССР. МТТ. 1979. №1, С. 113 - 119.
- 5) Timoshenko S.P. Strength of materials. Part II. Advanced theory and problems. Second edition. New York: D. Van Nostrand Company, Inc., 1930.