Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Обобщение группы Кубика Рубика на n-мерный случай

Научный руководитель – Белов Алексей Яковлевич

Левашев Владислав Алексеевич
Выпускник (бакалавр)
Московский физико-технический институт, Москва, Россия
E-mail: levashev.va@phystech.edu

<div> <div>Классический Кубик Рубика представляет собой обычный куб, разрезанный на 27 кубиков, 26 из которых видимые. В начальной конфигурации каждая грань большого куба раскрашена в один из шести разных цветов. При этом можно поворачивать "слои"куба на 90 градусов. Задача - собрать кубик из произвольной конфигурации в начальное. Известно, что не всегда это возможно. Например, если вытащить какой-нибудь из угловых кубиков и развернуть его на 120 градусов, то из полученной конфигурации нельзя получить начальную. Это явление описывается в терминах инвариантов разворотов угловых и боковых кубиков и перестановок маленьких кубиков. Для математики интересно описать множество допустимых конфигураций. То есть тех, которые можно перевести в начальное положение.</div> <div>nbsp;</div> <div>Вопрос о том, какие конфигурации можно перевести в начальную, а какие нет, подробно освещён в [1]. Далее такие конфигурации будем называть разрешимыми. Неформально теорема о классификации всех разрешимых состояний формулируется следующим образом:</div> <div>

Теорема 1. *</div> <div>Разрешимыми являются те состояния, у которых суммы углов поворотов всех рёберных и угловых кубиков кратны 2π, причём знаки перестановки рёберных и угловых кубиков совпадают.</div> <div>*

</div> <div>nbsp;</div> <div>Для доказательства этой теоремы надо правильно определить угол поворота для каждого вида кубиков. Тогда необходимость условия теоремы становится почти очевидной. Достаточность же доказывается прямым построением.nbsp;</div> <div>nbsp;</div> <div>В данной работе вводится и описывается обобщение группы Кубика Рубика для поворотов $n-$мерного куба.nbsp; Понятие рёберных и угловых кубиков придётся заменить на k мерные кубики, где $2 \leq k \leq n$. Кубики для которых $k = n$ будем называть угловыми. Для описания её инвариантов нам придется заменить угол поворота на класс перестановки по модулю коммутанта в S_n или A_n. Понятно, что при $n \geq 5$ такой инвариант пропадёт или будет просто знаком перестановки. Зато это согласуется с трёхмерным случаем. Основным результатом работы является следующая теорема, которую мы опять сформулируем неформально:</div> <div>

Теорема 2. *</div> <div>Разрешимыми состояниями $n-$мерного кубика Рубика являются те состояния, у которых:</div> <div>*

> *</div> <div>nbsp; nbsp;Для каждого углового кубика знак перестановки его граней чётен.</div> <div>nbsp; nbsp; Для любого $2 \leq nbsp; k \leq n-1$ произведение по всем кубикам перестановок $k-$мерных граней принадлежит A_k. Для $k = n$ тоже самое произведение лежит в коммутанте A_k.</div> <div>nbsp; nbsp; при $4 \leq k \leq n$ знак перестановки $k-$мерных кубиков чётен.</div> <div>nbsp; nbsp; знак перестановок $2-$мерных и $3-$мерных кубиков совпадают.</div> <div>*

</div> <div>

</div> </div> <div>nbsp;</div>