Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Об одном классе простых турниров

Научный руководитель – Салий Вячеслав Николаевич

Шабаркова Александра Олеговна
Студент (специалист)
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Факультет компьютерных наук и информационных технологий, Саратов, Россия
E-mail: shabarkova_ alex.andra@mail.ru

Под ориентированным графом понимается пара $G = (V, \alpha)$, где V - конечное непустое множество (вершины) и α - отношение на V (пары, входящие в α, называются дугами). Неориентированный граф получается, если α - симметричное и антирефлексивное отношение. Его дуги называют ребрами.

Турниром называется ориентированный граф, который получается из подходящего полного неориентированного графа односторонней ориентацией каждого его ребра .

Конгруэнция турнира $T = (V, \alpha)$ - это такая эквивалентность Θ на множестве V, что никакие два различных ее класса не имеют встречных дуг.

Турнир $T = (V, \alpha)$ называется простым, если решетка Con T его конгруэнций двухэлементна, т.е. если T не имеет собственных нетождественных конгруэнций.

Пусть $G = (V, \alpha)$ - некоторый орграф. Маршрутом в этом орграфе называется последовательность дуг (v_0, v_1), (v_1,v_2),..., $(v_{n\text{-}1}, v_n)$, в которой $(v_{i\text{-}1}, v_i) \in \alpha$ для всех $1 \leqslant i \leqslant n$. Маршрут, в котором никакая дуга не встречается более одного раза, называется путем.

Расстоянием от одной вершины графа до другой называется наименьшая из длин путей, ведущих из первой вершины во вторую.

Эксцентриситет вершины графа - это наибольшее из расстояний от этой вершины до всех остальных.

Строению турниров посвящено много работ, см. например [3]. Простым турнирам посвящена работа [2]. Известно, что у каждого турнира имеется вершинное 1-расширение до простого турнира [1].

ТЕОРЕМА. Если в турнире с числом вершин $n \geqslant 5$ есть вершина с эксцентриситетом, равным n - 1, то этот турнир простой.

Для каждой размерности существует единственный с точностью до изоморфизма турнир указанного вида.

Источники и литература

1) Мун Дж.В. Вложение турниров в простые турниры // Теория графов. Покрытия. Укладки. Турниры. М., Мир, 1974. С. 169-174.
2) P. Erdös, E. Fried, A. Hajnal, E. C. Milner. Some remarks on simple tournaments //Algebra universalis. Vol. 2, fasc. 2, 1972.p. 238-245.
3) Moon J.W. Topics on tournaments, New York, 1968.