

Метод декомпозиции области для решения эллиптических уравнений второго порядка с использованием Quantized Tensor Train

Научный руководитель – Оселедец Иван Валерьевич

Маркеева Лариса Борисовна

Аспирант

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: reraune@gmail.com

В данной работе рассматривается проблема решения эллиптического уравнения второго порядка на области со сложной формой. Цель работы – разработать метод, который будет сходиться к решению быстрее и потреблять меньше памяти, чем классические методы декомпозиции области, работающий на полных матрицах. Для этого в качестве структуры для хранения матриц коэффициентов предлагается использовать Quantized Tensor Train (QTT).

В работе [1] был представлен метод решения эллиптических уравнений второго порядка на сложных областях с использованием Метода Конечных Элементов (МКЭ, FEM), QTT в качестве структуры для хранения матрицы коэффициентов и AMEN солвера [3], который предназначен для решения систем уравнений в формате QTT. В результате чего был представлен специальный метод “упаковки” матриц коэффициентов в QTT чтобы обеспечить высокую степень сжатия и алгоритм, который имеет скорость схождения $N=O(\log_5 \epsilon^{-1})$, где N - количество степеней свободы, ϵ - точность, измеряемая энергетической мерой.

В данной работе представлены результаты переноса данной техники на метод декомпозиции области (Domain Decomposition). Выведены явные формулы для построения предобуславлявателей для метода итераций Дирихле-Дирихле [2] в формате QTT.

Основные результаты работы:

- разработан алгоритм численного нахождения решения эллиптических уравнений второго порядка с использованием метода итераций Дирихле-Дирихле и Quantized Tensor Train в качестве структуры хранения матриц;
- предложены методы сборки предобуславлявателей SD и SF [2] для итерационного метода Дирихле-Дирихле;
- проведен анализ сходимости итерационного метода Дирихле-Дирихле с различными предобуславлявателями и на разном числе областей.

Источники и литература

- 1) Markeeva L., Tsybulin I. and Oseledets I., QTT-isogeometric solver in two dimensions // arXiv preprint arXiv:1802.02839, 2018
- 2) Василевский Ю.В., Ольшанский М.А., Краткий курс по многосеточным методам и методам декомпозиции области // М.: МАКС Пресс, 2007
- 3) Kazeev V., Schwab Ch., Quantized tensor-structured finite elements for second-order elliptic PDEs in two dimensions // ETH-Zurich. 2015