Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Системы образующих матричных алгебр инцидентности над конечными полями

Научный руководитель – Маркова Ольга Викторовна

Колегов Никита Антонович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия

E-mail: na.kolegov@yandex.ru

Доклад основан на совместной работе с О.В. Марковой [1]

Пусть всякий отрезок в частично упорядоченном множестве $(S, \preceq)$ конечен. Тогда алгебра инцидентности над полем $\mathbb{F}$ (см. [3], [4]) определяется как множество функций

$$\mathfrak{A}(S) = \{f : S \times S \to \mathbb{F} \mid (x \npreceq y) \to (f(x,y) = 0)\}$$

с поточечным сложением и умножением через свертку Дирихле. В случае конечного множества S естественным образом строится изоморфизм $\mathfrak{A}(S)$ и матричной алгебры с базисом из матричных единиц $\{E_{ij} \mid i \preceq j\}$. Порождающие системы таких алгебр подробно исследованы в [2]. Отметим, что их можно понимать как в обычном смысле, когда единица алгебры считается словом длины 0 от образующих, так и в строгом, когда это допущение не используется. В докладе представлены следующие новые результаты.

- Критерий того, что подмножество порождает алгебру инцидентности в строгом смысле.
- Для всех матричных алгебр инцидентности минимальная мощность порождающих систем и порождающих систем в строгом смысле вычислены как функции от мощности поля q и порядка матриц n. В частности она принимает значения 1, 2, $\lceil \log_q n \rceil$ в обычном случае, либо 1, 2 и $\lceil \log_q n \rceil + 1$, соответственно, в строгом случае.
- Получены новые оценки для длины матричных алгебр инцидентности.

Источники и литература

1) Колегов Н.А., Маркова О.В. Системы порождающих матричных алгебр инцидентности над конечными полями// Записки научных семинаров ПОМИ, 2018. Т. 472, С. 120-144.
2) Longstaff W.E., Rosenthal P. Generators of matrix incidence algebras. // Australas. J. Combin., 2000. Vol. 22 pp. 117-121.
3) Rota G.-C. On the Foundations of Combinatorial Theory, I. Theory of Möbius Functions// Z. Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1964. Vol.2. pp. 340-368.
4) Spiegel E., O'Donnel C.J. Incidence algebras. Marcel Dekker, 1997.