Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Вполне разложимые абелевы TI-группы

Научный руководитель – Компанцева Екатерина Игоревна

Нгуен Тхи Куинь Чанг

Аспирант

Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия

E-mail: trangnguyen.ru@gmail.com

Умножением на абелевой группе G называется гомоморфизм $\mu: \ G \otimes G \to G$. Абелева группа G с заданным на ней умножением называется кольцом на группе G. Изучению взаимосвязи между строением абелевой группы и свойствами колец на ней посвящены работы многих алгебраистов. В [1] сформулирована проблема описания TI-групп. Абелева группа G называется TI-группой, если любое ассоциативное кольцо на G является филиальным. Кольцо R называется филиальным, если для любых подколец I, J кольца R таких, что $I \lhd J \lhd R$ следует $I \lhd R$ [2]. В [1] описаны периодические TI-группы, а также периодическая часть смешанных TI-групп.

В настоящей работе описаны TI-группы в классе вполне разложимых абелевых групп. Кольца на вполне разложимых абелевых группах изучались, например в [3, 4]. В [1] показано, что любая абелева группа без кручения ранга 1 является TI-группой, там же показано, что прямые слагаемые TI-групп являются TI-группами, но прямая сумма абелевых TI-групп необязательно является TI-группой; например, группы $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$, $\mathbb{Q} \oplus \mathbb{Q}$ не являются TI-группами.

Теорема. *Пусть* $G = \bigoplus\limits_{i \in I} G_i$ *– вполне разложимая абелева группа, где* G_i *– группа без кручения ранга* 1, $t(G_i)$ *– тип группы* G_i $(i \in I)$. *Группа* G *является* TI*-группой тогда и только тогда, когда* G *удовлетворяет одному из следующих условий*

1) G *– группа ранга* 1 *;*

2) $t(G_i) \cdot t(G_j) \nleq t(G_k)$ *для всех* $i, \ j, \ k \in I$ *.*

Источники и литература

1 Andruszkiewicz R., Woronowicz M. On TI-groups // Recent Results in Pure and Applied Mathematics, Podlasie, 2014. P. 33–41. [2] Ehrlich G. Filial rings // Portugal. Math. 1983-1984. V. 42. P. 185–194. [3] Gardner B. J. Rings on completely decomposable torsion-free abelian groups // Com. Math. Uni. Carolinae 1974. V. 15, No. 3, P. 381–392. [4] Feigelstock S. Additive groups of rings whose subrings are ideals // Bull. Austral. Math. Soc. 1997. V. 55. P. 477-481.