

Коретрактабельность смешанных абелевых групп

Научный руководитель – Царев Андрей Валерьевич

Артемов Даниил Юрьевич

Студент (магистр)

Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия

E-mail: matematik141592@gmail.com

Пусть R — ассоциативное кольцо с единицей. Левый R -модуль M называется *ретрактабельным*, если для каждого его ненулевого подмодуля N выполнено $\text{Hom}_R(M, N) \neq 0$ [3]. Левый R -модуль M называется *коретрактабельным*, если для каждого его собственного подмодуля N выполнено $\text{Hom}_R(M/N, M) \neq 0$ [2].

В работе [1] рассматриваются классы ретрактабельных и коретрактабельных модулей над кольцом целых чисел (т.е. ретрактабельные и коретрактабельные абелевы группы). Абелева группа A называется *ретрактабельной*, если для каждой её ненулевой подгруппы B выполняется $\text{Hom}(A, B) \neq 0$. Абелева группа A называется *коретрактабельной*, если для каждой её собственной подгруппы B выполняется $\text{Hom}(A/B, A) \neq 0$.

В [1] приводится полное описание следующих классов абелевых групп: ретрактабельные абелевы группы, коретрактабельные абелевы группы без кручения и коретрактабельные периодические абелевы группы. Настоящая работа завершает исследование [1]. Здесь приводится полное описание класса коретрактабельных смешанных абелевых групп.

Все группы, о которых пойдёт речь в дальнейшем, предполагаются абелевыми. Через $t_p(A)$ будем обозначать p -компоненту группы A , \mathbb{Q} — обозначение аддитивной группы всех рациональных чисел, \mathbb{Z}_{p^∞} — обозначение квазициклической p -группы (p — простое число).

Теорема 1. Пусть A — смешанная группа, содержащая подгруппу вида \mathbb{Q} . Группа A является коретрактабельной тогда и только тогда, когда она для любого простого числа p содержит подгруппу вида \mathbb{Z}_{p^∞} .

Теорема 2. Пусть A — смешанная группа, не содержащая подгрупп вида \mathbb{Q} . Группа A является коретрактабельной тогда и только тогда, когда для всех простых чисел p таких, что A не содержит подгрупп вида \mathbb{Z}_{p^∞} , любая факторгруппа группы A также не содержит подгрупп вида \mathbb{Z}_{p^∞} и дополнительно $t_p(A)$ отлична от нуля.

Источники и литература

- 1) Артемов Д.Ю. Ретрактабельные и коретрактабельные абелевы группы // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2018». Секция «Математика и механика». Подсекция «Математическая логика, алгебра и теория чисел». 9–13 апреля 2018 г. М.: МАКС Пресс, 2018.
- 2) Amini B., Ershad M., Sharif H. Coretractable modules // J. Aust. Math. Soc. 2009. V. 86. I. 3. P. 289–304.
- 3) Khuri S.M. Endomorphism rings and lattice isomorphism // J. Algebra. 1979. V. 56. I. 2. P. 401–408.