Секция «Геометрия и топология»

Исследование топологии слоений Лиувилля интегрируемого биллиарда в невыпуклых областях.

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Москвин Виктор Александрович
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: aoshi.k68@gmail.com

Биллиардная задача (биллиард) — динамическая система, описывающая движение материальной точки внутри области с естественным абсолютно упругим отражением на границе (угол падения равен углу отражения). В книге С.Л. Табачникова [1] дан обзор современных исследований биллиардов. Топология совместных поверхностей уровня интегралов описывается с помощью теории А.Т. Фоменко [2], которая в случае полных потоков изложена в книге Болсинова–Фоменко [2]. В настоящей работе исследуются плоские биллиарды, потоки в которых не являются полными в следствие наличия невыпуклых углов на границе области. Как было показано В. Драгович и М. Раднович [4-6] почти для всех значений интеграла в таких биллиардах совместная поверхность уровня интегралов будет сферой с ручками и проколами. В этой работе представлено описание двумерных комплексов, являющихся прообразами критического значения интеграла $\Lambda = b$, а также описание трехмерных окрестностей этого комплекса для некоторого класса таких биллиардов.

Основным инструментом исследования топологии комплекса $M = \Lambda^{-1}(b-\varepsilon, b+\varepsilon)$ биллиарда будет разбиение биллиарда Ω на элементарные биллиарды, топология окрестности особого слоя для которых уже изучена. Введем определение такого разбиения и наложим на него естественные ограничения:

Определение 1. Назовем набор $\Omega_1, \ldots, \Omega_n$ **допустимым разбиением биллиарда** Ω на элементарные биллиарды, если он удовлетворяет следующим условиям:

1. $\cup_{i=1}^{n} \Omega_i = \Omega$, где $i = 1 \ldots n$;

2. $\Omega_i \cap \Omega_j$ состоит только из сегментов границы биллиарда Ω и содержит хотя бы одну особую точку.

Теорема 1. *Пусть* Ω *— плоский односвязный биллиард произвольной сложности.* $\Omega_1, \ldots, \Omega_N$ *— одно из допустимых разбиений* Ω*. Тогда существует алгоритм по которому* G*, двумерный особый слой атома* M*, склеивается из двумерных особых слоев разрезанных седловых атомов биллиардов* Ω_i*.*

Теорема 2. *Пусть* Ω *— плоский односвязный биллиард произвольной сложности и* $\Omega_1, \ldots, \Omega_n$ *— одно из допустимых разбиений* Ω*, причем все* Ω_i *имеют одинаковый тип. Тогда алгоритмически строится отображение* f*, сопоставляющее набору двумерных разрезанных атомов* $((\tilde{P}_1^2, \tilde{K}_1), \ldots, (\tilde{P}_n^2, \tilde{K}_n))$ *трехмерный атом* M*.*

Работа выполнена при поддержке Программы Президента РФ поддержки ведущих научных школ (грант НШ-6399.2018.1, соглашение № 075-02-2018-867).

Источники и литература

1) С.\,Л.~Табачников. Геометрия и биллиарды. М.-Ижевск:НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2011.

2) А.\,В.~Болсинов, А.\,Т.~Фоменко. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация.// Ижевск НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 1999. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация.// Т.1

Иллюстрации

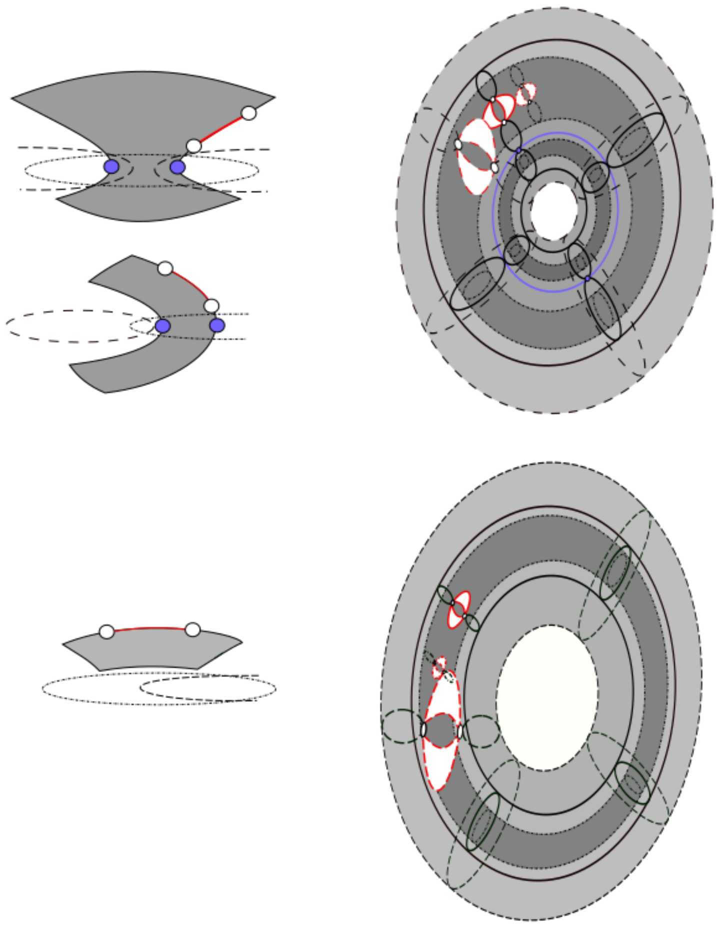

Рис. 1. Естественно разрезанные седловые атомы.