Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Задача определения двух коэффициентов в одном квазилинейном многомерном параболическом уравнении

Научный руководитель – Белов Юрий Яковлевич

Спирина Кира Ивановна

Аспирант

Сибирский федеральный университет, Институт математики и фундаментальной информатики, Красноярск, Россия

E-mail: ki.spirina@gmail.com

Рассмотрим в $G_{[0,T]} = \{(t,x,z)\big|\ 0 \leqslant t \leqslant T,\ x \in E_n,\ z \in E_1\}$ задачу Коши

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^{n} \alpha_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + a(t,x)uu_{zz} + \beta_1(t,x)u_z + $$
$$+\beta_2(t,x)u^2 + b(t,x)f(t,x,z), \tag{1}$$

$$u(0,x,z) = u_0(x,z), \quad (x,z) \in E_{n+1}. \tag{2}$$

Здесь функции $u_0(x,z)$, $f(t,x,z)$ заданы в E_{n+1} и $G_{[0,T]}$ соответственно, коэффициенты $\alpha_{ij}(t), \alpha_i(t),\ i,j = \overline{1,n}, \beta_1(t,x), \beta_2(t,x)$ — непрерывно дифференцируемые действительнозначные функции переменной t, и t,x соответственно $0 \leqslant t \leqslant T, T > 0, T - const$.

Будем считать, что $\alpha_{ij}(t) = \alpha_{ji}(t)$ и выполняется соотношение $\sum\limits_{i,j=1}^{n} \alpha_{ij}\xi_i\xi_j > 0$ $\forall \xi \in E_n \backslash \{0\}, t \in [0,T]$.

Коэффициенты $a(t,x)$, $b(t,x)$ и решение $u(t,x,z)$ задачи (1), (2) являются неизвестными.

Предполагается, что выполняются условия переопределения на двух различных гиперповерхностях $z = d_1(t)$ и $z = d_2(t)$:

$$u(t,x,d_1(t)) = \phi_1(t,x), \quad u(t,x,d_2(t)) = \phi_2(t,x), \quad (t,x) \in \Pi_{[0,T]}, \tag{3}$$

где $\Pi_{[0,T]} = \{(t,x)|\, 0 \leqslant t \leqslant T,\ x \in E_n\}$; $d_1(t)$, $d_2(t)$ — непрерывно дифференцируемые функции переменной t, $d_1(t) \neq d_2(t)$; $\phi_1(t,x)$, $\phi_2(t,x)$ — заданные функции, удовлетворяющие условиям согласования

$$\phi_1(0,x) = u_0(x,d_1(0)), \quad \phi_2(0,x) = u_0(x,d_2(0)),$$

где $x \in E_n$, E_n — n-мерное евклидово пространство, $n \in N$.

С помощью условий переопределения (3) обратная задача (1)–(3) сводится к прямой вспомогательной задаче Коши. Далее, методом слабой аппроксимации [1], на основании достаточно гладких входных данных, устанавливается разрешимость прямой задачи. Решение обратной задачи выписывается в явном в виде через решение прямой, на этой основе доказывается однозначная разрешимость исходной обратной задачи (1)–(3) в классе гладких ограниченных функций.

Источники и литература

1) Белов Ю. Я., Кантор С. А. Метод слабой аппроксимации. Красноярск, 1999.