Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

# Мультианизотропные интегральные операторы, определяемые регулярными уравнениями

**Научный руководитель – Маргарян Вачаган Николаевич**

***Петросян Гегине Арамовна***

*Аспирант*

Российско-Армянский (Славянский) университет, Институт математики и высоких технологий, Кафедра математики и математического моделирования, Ереван, Армения

*E-mail: heghine.petrosyan@rau.am*

В работе, применяя специальное интегральное представление функций, полученное в работе [2], изучается корректная разрешимость задачи Дирихле для регулярных уравнений в $\mathbb{R}^n_+$ в специальных весовых постранствах. В частности, как и в квазиэллиптическом случае (см. [1]), строится шкала таких весовых пространств.

***

В $\mathbb{R}^n_+$ рассмотрим следующую задачу Дирихле:

$$P(D_x, D_{x_n})U = f(x, x_n), \quad x_n > 0, \ x \in \mathbb{R}^{n-1}, \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial^i U}{\partial x_n^i}\right|_{x_n=0} = 0, \quad i = 0, 1, \dots, m-1, \tag{2}$$

где оператор $P(D_x, D_{x_n})$ регулярен, то есть $P(\xi, \xi_n) \neq 0$, когда $|\xi + \xi_n| \neq 0$. Для некоторого $p > 1$ обозначим $\chi := |\mu^0|\left(1 - \frac{1}{p}\right)$, а $c_0 := \min\limits_j \left(\min\limits_l \mu^l_j / \max\limits_l \mu^l_j\right)$. В работе изучается разрешимость задачи (1)-(2), а именно доказываются следующие теоремы.

**Теорема 1.** *Пусть* $|\mu^0| > 1$, $1 - \chi < \sigma < \min\{2c_0, |\mu^0|/p\}$. *Тогда для любой функции* $f \in L_p(\mathbb{R}^n_+) \cap L_{1,-\sigma}(\mathbb{R}^n_+)$ *задача (1)-(2) имеет единственное решение* $U \in W^{\mathfrak{M}}_{p,\sigma}(\mathbb{R}^n_+)$, *при этом с некоторой постоянной* $C > 0$ *имеет место неравенство*

$$\|U\|_{W^{\mathfrak{M}}_{p,\sigma}(\mathbb{R}^n_+)} \leq C(\|f\|_{L_p(\mathbb{R}^n_+)} + \|f\|_{L_{1,-\sigma}(\mathbb{R}^n_+)}).$$

**Теорема 2.** *Пусть* $\sigma < \min\{2c_0, |\mu^0|/p\}$, $1 \geq |\mu^0| > 1 - L\mu^0_{min}$, *где* $\mu^0_{min} = \min\limits_{j=1,\dots,n} \mu^0_j$, *а* $L$ *такое натуральное число, что* $1 - \chi - (L-1)\mu^0_{min} \geq \sigma > 1 - \chi - L\mu^0_{min}$. *Тогда для любой функции* $f \in L_{p,\sigma,L}(\mathbb{R}^n_+)$ *существует единственное решение* $U \in W^{\mathfrak{M}}_{p,\sigma}(\mathbb{R}^n_+)$ *задачи Дирихле (1)-(2) и для некоторой постоянной* $C > 0$ *имеет место неравенство*

$$\|U\|_{W^{\mathfrak{M}}_{p,\sigma}(\mathbb{R}^n_+)} \leq C\left(\|f\|_{L_p(\mathbb{R}^n_+)} + \left\|(1 + \rho_{\mathfrak{M}}(x, x_n))^{\sigma + L \max\limits_{i=1,\dots,I_{n-2}} |\mu^i|} f(x, x_n)\right\|_{L_1(\mathbb{R}^n_+)}\right).$$

## Источники и литература

1) Демиденко Г.В. Интегральные операторы, определяемые квазиэллиптическими ура- нениями // II, Сиб. мат. журнал, т. 35, № 1, (1994), 41-65.

2) Карапетян Г.А. Интегральное представление и теоремы вложения для $n$ -мерных мультианизотропных пространств с одной вершиной анизотропности // Сиб. мат. журнал, 58, № 3, (2017), 573–590.