

**КРИТЕРИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ КЛАССУ W_p^l
ОБОВЩЕННОГО ИЗ КЛАССА L_p РЕШЕНИЯ
ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ**

Мокроусов Илья Сергеевич

Аспирант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: mokrousov.ilya@cmc.msu.ru

Будем рассматривать в прямоугольнике $Q_T = [0 \leq x \leq L] \times [0 \leq t \leq T]$ обобщенное из класса $L_p(Q_T)$ решение $u(x, t)$ смешанной задачи для волнового уравнения

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = 0, \quad (1)$$

с нулевыми начальными условиями

$$u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, \quad (2)$$

граничными условиями первого рода

$$u(0, t) = \mu(t), u(L, t) = 0 \quad (3)$$

второе из которых мы, не ограничивая общности, будем считать однородным.

Ранее в [1], [2] был установлен критерий принадлежности классу W_p^1 обобщенного из класса L_p решения волнового уравнения.

Необходимо отметить, что данный критерий может быть обобщен для пространства $W_p^l(Q_T)$, что и представлено в следующей теореме:

Теорема 1. *Если при фиксированных $T > 0$ и $p \geq 1$ граничная функция $\mu(t)$ принадлежит классу $L_1[0, T - \varepsilon]$ при любом ε из интервала $0 < \varepsilon < T$, то для принадлежности обобщенного из класса $L_p(Q_T)$ решения $u(x, t)$ смешанной задачи (1) - (3) к классу $W_p^l(Q_T)$ при $l \in \mathbb{N}$ необходимо и достаточно, чтобы граничная функция $\mu(t)$ имела на полуотрезке $0 \leq t < T$ обобщенную производную $\mu^{(l)}(t)$, и чтобы существовал интеграл*

$$\int_0^T (T - t) |\mu^{(l)}(t)|^p dt$$

Литература

1. Ильин В. А. Кулешов А. А. Критерий принадлежности классу L_p при $p \geq 1$ обобщенного решения смешанной задачи для волнового уравнения // Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48, № 12. С. 1607–1611.
2. Ильин В. А. Кулешов А. А. Критерий принадлежности классу W_p^1 обобщенного из класса L_p решения волнового уравнения // Доклады Российской Академии наук. 2012. Т. 447, № 1. С. 15–17.
3. Ильин В. А. Кулешов А. А. О некоторых свойствах обобщенных решений волнового уравнения из классов L_p и W_p^1 при $p \geq 1$ // Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48, № 11. С. 1493–1500.
4. Ильин В. А. Кулешов А. А. Об определении обобщенного из класса L_p решения смешанной задачи для волнового уравнения через интегральное тождество // Доклады Российской Академии наук. 2012. Т. 447, № 3. С. 247–251.