

ЗАДАЧА ГРАНИЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ УПРУГОЙ СИЛОЙ ДЛЯ ТЕЛЕГРАФНОГО УРАВНЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Абдукаримов Махмадсалим Файзуллоевич

Старший преподаватель кафедры фундаментальных и естественных наук

Филиал МГУ имени М. В. Ломоносова, Душанбе, Таджикистан

E-mail: mahmadsalim_86@mail.ru

В природе существуют многие практические задачи, которые связаны с задачей граничного управления процессом, описываемым волновым и телеграфным уравнениями. Например, задачи акустики, управление давлением нефти или газа в трубопроводе и. т. п. Поэтому изучение таких задач является одной из актуальных с точки зрения возможных ее приложений.

Задача граничного управления формулируется с помощью начально-краевых условий для уравнения, описывающего рассматриваемый процесс.

Данная работа посвящена изучению вопроса о граничном управлении упругой силой на одном конце при свободном втором процессе, описываемого телеграфным уравнением с переменным коэффициентом вида

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) - q(x, t)u(x, t) = f(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t < T,$$

в котором $q(x, t)$ и $f(x, t)$ являются произвольными функциями из класса $L_2(Q_T)$, где $Q_T = [0 \leq x \leq l] \times [0 \leq t \leq T]$.

Решение изучаемой задачи граничного управления понимается в обобщенном смысле и ищется в классе $\hat{W}_2^1(Q_T)$, впервые введенном в работе [1].

Для случая $T = 2l$ установлены необходимые и достаточные условия существования граничного управления $u_x(0, t) = \mu(t) \in L_2[0, T]$, переводящего при выполнении условия $u_x(l, t) = 0$ рассматриваемый процесс из произвольного начального состояния $\{u(x, 0) = \varphi(x) \in W_2^1[0, l], u_t(x, 0) = \psi(x) \in L_2[0, l]\}$ в наперед заданное финальное состояние $\{u(x, T) = \varphi_1(x) \in W_2^1[0, l], u_t(x, T) = \psi_1(x) \in L_2[0, l]\}$.

Также доказано, что изучаемая задача граничного управления при $T \leq 2l$ может иметь не более одного решения из указанного класса.

Отметим, что рассматриваемый случай является критическим, то

есть решение задачи граничного управления существует при минимальных ограничениях на гладкость начальных и финальных функций.

Настоящая работа примыкает к работам [2-4], в которых граничное управление осуществлялось смещением. Случай граничных управлений, производимых упругими силами на двух концах был рассмотрен в работе [5].

Литература

1. Ильин В. А. Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщенного решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференциальные уравнения. 2000. Т. 36, № 11. С. 1513-1528.
2. Абдукаримов М. Ф., Крицков Л. В. Задача граничного управления для одномерного уравнения Клейна-Гордона-Фока с переменным коэффициентом. Случай управления смещением на одном конце при закрепленном втором // Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 49, № 6. С. 759-771.
3. Крицков Л. В., Абдукаримов М. Ф. Граничное управление на одном конце при свободном втором для процесса, описываемого телеграфным уравнением с переменным коэффициентом // Докл. РАН. 2013. Т. 450, № 6. С. 640-643
4. Крицков Л. В. О задачах граничного управления для уравнения Клейна-Гордона-Фока с суммируемым коэффициентом // Дифференциальные уравнения. 2015. Т. 51, № 5. С. 688-701.
5. Абдукаримов М. Ф., Назриев А. О. Граничное управление упругими силами на двух концах для процесса, описываемого телеграфным уравнением с переменным коэффициентом // Сборник тезисов XXIV Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "ЛОМОНОСОВ - 2017". Секция "Вычислительная математика и кибернетика". Москва, МГУ имени М. В. Ломоносова. 2017. С. 148-149.