

ПОДАВЛЕНИЕ ШУМА НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ОБОБЩЁННОЙ ПОЛНОЙ ВАРИАЦИИ

Лузин Игорь Сергеевич

Магистрант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: my@isluzin.ru

Восстановление изображений является одной из основных обратных задач в области обработки изображений и компьютерного зрения. Рассматриваемая задача является некорректной в силу недостаточности входных данных. Важнейшим подходом к решению таких задач является метод регуляризации Тихонова [1]. В процессе восстановления информации об исходном изображении, как правило, приходится иметь дело с зашумленными данными. Регуляризация со стабилизатором в виде полной вариации используется для шумоподавления изображений [2]. Недостатком упомянутого подхода является подавление мелких деталей. В данной работе для решения этой проблемы предлагается алгоритм, основанный на функционале обобщённой полной вариации [3].

Обобщённая полная вариация для цифровых изображений определяется формулой:

$$\text{TGV}_\alpha [z] = \inf_v \{ \alpha_1 \cdot \|\nabla z - v\|_1 + \alpha_0 \cdot \|\nabla v\|_1 \}. \quad (1)$$

Над пространством изображений вводится регуляризирующий функционал:

$$\mathcal{F}(z) = \|z - u\|_2^2 + \text{TGV}_\alpha [z]. \quad (2)$$

Подавление шума на изображениях осуществляется с помощью минимизации функционала (2):

$$z_* = \arg \inf_z \mathcal{F}(z). \quad (3)$$

Для решения задачи минимизации применяется субградиентный метод [4].

$$z^{(k+1)} = z^{(k)} - \beta_k \nabla_z \mathcal{F}^{(k)}, v^{(k+1)} = v^{(k)} - \beta_k \nabla_v \mathcal{F}^{(k)}. \quad (4)$$

Аппроксимация значения функционала (2) определяется выражением:

$$\mathcal{F}^{(k)} = \|z^{(k)} - u\|_2^2 + \alpha_1 \cdot \|\nabla z^{(k)} - v^{(k)}\|_1 + \alpha_0 \cdot \|\nabla v^{(k)}\|_1, \quad (5)$$

а его субградиент по z задаётся формулой:

$$\nabla_z \mathcal{F}^{(k)} = 2 \left(z^{(k)} - u \right) + \alpha_1 \sum_i \nabla_z \left(\nabla z^{(k)} - v^{(k)} \right)_i \operatorname{sgn} \left(\nabla z^{(k)} - v^{(k)} \right)_i, \quad (6)$$

где

$$\operatorname{sgn} z = \begin{cases} \frac{z}{|z|}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Иллюстрации

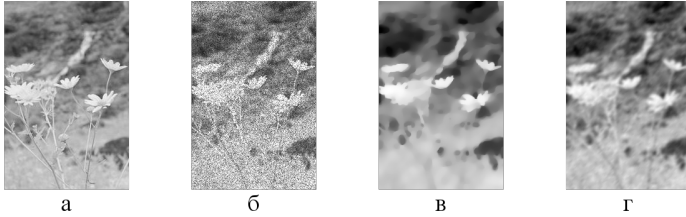


Рис. 1. Оригинальное изображение (а), исходное изображение с уровнем шума 20% (б), результат восстановления методом полной вариации (в), результат восстановления предложенным методом (г).

В заключение автор выражает благодарность за оказанное содействие в подготовке материалов заведующему лабораторией математических методов обработки изображений кафедры математической физики ВМК МГУ д.ф.-м.н., профессору Крылову А. С.

Литература

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. – 224 с.
2. Rudin L., Osher S., Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms // In Proceedings of the eleventh annual international conference of the Center for Nonlinear Studies on Experimental mathematics: computational issues in nonlinear science, Los Alamos, New Mexico, USA, 1992, P. 259–268.
3. Bredies K., Kunisch K., Pock. T. Total generalized variation // SIAM Journal on Imaging Sciences. 2010. Vol. 3, № 3. P. 492–526.
4. Шор Н. З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. К.: Наукова думка, 1979. – 199 с.