

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПЕРЕСЕЧЕНИЙ И ОБЪЕДИНЕНИЙ ПРЕДПОЛНЫХ КЛАССОВ МНОГОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ

Абдрашитова Айгуль Рашитовна

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: aigulik.abdrashitova@gmail.com

Определения и обозначения.

Пусть $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$, k — некоторое натуральное число, $k \geq 3$. Через E_k^n обозначим множество всех наборов $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, где $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in E_k$. Функцией k -значной логики называется отображение множества E_k^n во множество E_k . Множество всех функций k -значной логики от n переменных будем обозначать через P_k^n , P_k — объединение всех P_k^n , $n \in \mathbb{N}$.

Замкнутый класс H функций k -значной логики называется *предполным* в P_k , если $H \neq P_k$, но для любой функции $f \in P_k \setminus H$ замыкание множества $H \cup \{f\}$ совпадает с P_k .

В k -значной логике выделено шесть семейств предполных классов: M, S, L, U, C, B . Полное описание семейств предполных классов можно найти в [2].

Через $\tilde{A}$ обозначим произвольную перестановку элементов множества A .

Пусть далее всюду $k \geq 3$.

Утверждение 1. Пусть $a, b, c \in E_k$ и a, b, c попарно различны. Тогда если $f \in U_{\{a\}, \{E_k \setminus \{a\}\}} \cap C_b \cap T_{ac}$, то либо $f \in T_{bc}$, либо $f \equiv a$.

Утверждение 2. Пусть $a, c \in E_k$ и $a \neq c$. $B = E_k \setminus \{a\}$. Тогда

- если $f \in M_{a\tilde{B}} \cap U_{\{a\}, B} \cap T_{ac}$, то либо $f \in T_c$, либо $f \equiv a$.
- если $f \in M_{\tilde{B}a} \cap U_{\{a\}, B} \cap T_{ac}$, то либо $f \in T_c$, либо $f \equiv a$.

Утверждение 3. Пусть $a, b \in E_k$ и $a \neq b$. Тогда в P_k справедливо вложение

$$M_{E_k} \cap T_{ab} \subseteq T_a \cup T_b.$$

Утверждение 4. Пусть $a, b \in E_k$ и $a \neq b$. Тогда в P_k справедливо вложение

$$U_{\{a\}, \{E_k \setminus \{a\}\}} \cap U_{\{b\}, \{E_k \setminus \{b\}\}} \cap T_{ab} \subseteq T_a \cup T_b.$$

Утверждение 5. Пусть $a, b, c \in E_k$ и a, b, c попарно различны. Тогда в P_k справедливо вложение

$$U_{\{a\},\{b\},\{E_k \setminus \{a,b\}\}} \cap U_{\{a\},\{c\},\{E_k \setminus \{a,c\}\}} \subseteq U_{\{a\},\{E_k \setminus \{a\}\}}.$$

Утверждение 6. В P_k справедливо вложение

$$U_{\{a_1\},\dots,\{a_m\},\{b_1,\dots,b_l\}} \cap U_{\{b_1\},\dots,\{b_l\},\{a_1,\dots,a_m\}} \subseteq U_{\{a_1,\dots,a_m\},\{b_1,\dots,b_l\}},$$

где $m, l \geq 1$, $\{a_1, \dots, a_m\} \cup \{b_1, \dots, b_l\} = E_k$, $\{a_1, \dots, a_m\} \cap \{b_1, \dots, b_l\} = \emptyset$.

Утверждение 7. Пусть $a \in E_k$, $\{b_1, \dots, b_{k-1}\} = E_k \setminus \{a\}$. π есть перестановка на E_k , которую можно разложить в произведение циклов одной и той же простой длины. Тогда в P_k справедливо вложение

$$U_{\{a\},\{b_1,\dots,b_{k-1}\}} \cap S_\pi \subseteq T_{b_1,\dots,b_{k-1}}.$$

Литература

1. Нагорный А. С. О пересечениях и объединениях предполных классов многозначной логики: диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.01.09. Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, 2013.
2. Марченков С. С. Функциональные системы с операцией суперпозиции // М.: Физматлит – 2004.
3. Яблонский С. В., Гаврилов Г. П., Набебин А. А. Предполные классы в многозначных логиках // М.: Изд-во МЭИ, 1997.