

СОКРАЩЕНИЕ РАЗМЕРНОСТИ МОДЕЛИ ХЕСТОНА

Медовник Александр Константинович

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: a.k.medovnik@gmail.com

Довольно часто возникает потребность в расчете честной цены определенного финансового инструмента. Например на рынке ОТС сторона, предоставляющая финансовые инструменты, должна понимать по какой цене она готова продать эти инструменты. В случае опционов существует множество моделей для расчета честной цены. У каждой из них есть параметры, значения которых определяются путем калибровки на интересующем рынке. Достаточно распространенной является модель Хестона [1]. Она является пяти-параметрической (θ - среднее значение дисперсии цены, κ - скорость возврата к θ , σ - волатильность волатильности, ρ - корреляция, v_0 - начальное значение дисперсии цены). Такое количество параметров делает её очень гибкой. Недостатком модели Хестона является высокая чувствительность к изменению значений параметров, что приводит к наличию большого числа локальных минимумов и делает процесс калибровки достаточно трудоемким. Снижение числа параметров модели может помочь справиться с данными недостатками.

Цель данной работы состоит в том, чтобы снизить размерность модели Хестона до 4 и 3 параметров, используя регрессионные модели.

Для улучшения процесса калибровки модели Хестона был использован аналитический вид градиента [2]. Модель откалибрована под рыночные данные S&P 500 2011 года.

В качестве метрики используется RMSE между рыночными ценами и ценами, полученными с помощью модели.

Стандартным способом в задаче снижения размерности считается применение методов семейства kernel PCA. В данной задаче наименьшие значения RMSE получаются после применения метода kernel PCA, использующего линейное ядро (далее PCA): для 4 параметров оно в среднем равно 2 и не превосходит 5, для 3 параметров RMSE в среднем равно 10 и не превосходит 30. Для модели Хестона RMSE в среднем равно 0.5 и не превосходит 0.9. Видно, что приведенные значения RMSE, полученные после применения метода PCA, заметно выше значений RMSE модели Хестона.

Наилучшая редуцированная модель выбиралась исходя из критерия Акаике. Чем меньше значение критерия Акаике, тем лучше модель.

Были рассмотрены линейные и полиномиальные (до 5 порядка включительно) регрессионные модели. Для каждой из них были построены обычные и множественные регрессии. В качестве отклика были использованы как истинные значения параметров, так и параметры, преобразованные с помощью таких монотонных функций как натуральный логарифм, арктангенс, гиперболический тангенс, сигмоида.

В качестве кросс-валидации был использован метод out-of-folds predictions. Для избежания переобучения был применен метод регуляризации Elastic Net.

Наилучшей оказалась полиномиальная регрессионная модель 3 порядка, которая выражает параметр ρ через параметры σ и κ . Для неё значение RMSE в среднем равно 1 и не превосходит 2. Таким образом, построенная с помощью данной регрессии редуцированная модель с 4 параметрами показывает результаты лучше, чем метод PCA.

Для редуцированной модели с 3 параметрами наилучшей оказалась комбинация полиномиальной регрессии 3 порядка, выражающей κ через ρ , θ , v_0 и полиномиальной регрессии 3 порядка, выражающей σ через ρ , θ , v_0 . RMSE в среднем равно 20 и не превосходит 40, то есть построенная с помощью выбранной комбинации регрессий редуцированная модель с 3 параметрами показывает результаты хуже, чем метод PCA.

Значение критерия Акаике для модели Хестона равно 30.3, для редуцированной модели с 4 параметрами 25.5, для редуцированной модели с 3 параметрами 47.8.

Литература

1. Heston S.L. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options //The review of financial studies. – 1993. – V. 6. – №. 2. – P. 327-343.
2. Cui Y., del Baño Rollin S., Germano G. Full and fast calibration of the Heston stochastic volatility model //European Journal of Operational Research. – 2017. – V. 263. – №. 2. – P. 625-638.