

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОГО РАВНОВЕСИЯ В МОДЕЛИ БИОЛОГИЧЕСКИХ СООБЩЕСТВ

Николаев Михаил Викторович¹

Семенкин Антон Александрович²

Таболов Тамерлан Казбулатович³

1: студент, факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

2: студент, факультет компьютерных наук НИУ ВШЭ, Москва, Россия

3: студент, факультет компьютерных наук НИУ ВШЭ, Москва, Россия

E-mail: nikolaev.mihail@inbox.ru, semenkin.anton@gmail.com,

tktabolov@gmail.com

В работе рассматривается одновидовая модель биологических сообществ, предложенная Ульфом Дикманом в [1]. Суть модели заключается в описании структуры экологической системы через пространственные моменты (плотность популяции, плотность пар особей и т.д.). Рассматривается случай одного вида в одномерном пространстве. Ищется так называемое состояние равновесия, то есть такое состояния сообщества, при котором перестают меняться во времени пространственные моменты. Оно описывается стационарной точкой следующей системы интегро-дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{N} = bN - dN - s \int_{-\infty}^{+\infty} C(x)w(x) dx \\ \dot{C}(x) = bm(x)N + b \int_{-\infty}^{+\infty} m(x-y)C(y) dy - (d + sw(x))C(x) - \\ - s \int_{-\infty}^{+\infty} w(y)T(x, y) dy \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь N , $C(x)$, $T(x, y)$ — первый, второй и третий пространственные моменты соответственно, $w(x)$ и $m(x)$ — известные функции, называемые ядрами рождения и конкуренции, b , s и d — константы, описывающие темп рождаемости, конкуренции и смертности соответственно.

Основная цель работы: найти оптимальное для данной модели замыкание третьего пространственного момента, которое задаётся вы-

ражением вида: $T(x, y) = F(N, C(x), C(y))$, где $F(\xi, \eta, \mu)$ — функция, удовлетворяющая некоторым заранее оговорённым условиям [2].

Для проверки теоретических результатов использовался алгоритм на основе идеи клеточного автомата, симулирующий вышеописанную модель, реализованный на языке программирования C++. Данный подход является общепринятым в подобных задачах и соответствует интуитивному представлению модели. Кроме того, такая реализация легко обобщается на случаи больших размерностей и многовидовых моделей. Важно отметить, что реализация симуляций от замыкания не зависит. Это даёт возможность найти функцию замыкания, максимально правдоподобно описывающую модель.

Сравнения численных методов с симуляциями проводились с разными параметрами и начальными условиями. Сравнивались непосредственно пространственные моменты после достижения состояния равновесия.

Статья подготовлена в ходе проведения исследования №18-05-0011 в рамках программы «Научный фонд Национального исследовательского университета "Высшая школа экономики" (НИУ ВШЭ)» в 2018–2019 гг. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

Литература

1. *Dieckmann U., Law R.* Relaxation projections and the method of moments // *The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity* — Cambridge University Press, 2000. — P. 412-452
2. *Murrell D. J., Dieckmann U.* On moment closures for population dynamics in continuous space // *J. Theor. Biology.* 2004. 229. P. 421-432.