Метод синтеза функциональных оптимальных наблюдателей для линейных динамических систем с шумами

Каменщиков Михаил Александрович

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: mlilliah642@gmail.com

В работе рассматривается задача о построении несмещённой оценки вектор–функционала [1–3; 4, с. 65], обеспечивающей минимум установившейся среднеквадратической ошибки для устойчивой линейной стационарной динамической системы при белых шумах, которая имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu + w(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ y &= Cx + v(t), \\ z &= Fx, \end{cases} \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $u \in \mathbb{R}^r$, $y \in \mathbb{R}^l$ — вход и выход соответственно, $z \in \mathbb{R}^p$ — вектор–функционал; A, B, C и F — постоянные матрицы соответствующих размеров, x_0 — случайная величина и $w(t)$, $v(t)$ — белые шумы с заданными вероятностными характеристиками [5, с. 359–360]. Требуется на основе наблюдения выхода $y(t)$ в системе (1) определить несмещённую и оптимальную оценку $\widetilde{z}(t)$ по следующему критерию качества:

$$J = \lim_{t\to\infty} E[(z(t) - \widetilde{z}(t))^T (z(t) - \widetilde{z}(t))] \to \min. \tag{2}$$

Данная задача оптимального наблюдения имеет важное значение при решении задач управления для линейных динамических систем с шумами.

Поставленная задача может быть решена путём синтеза динамической системы (функционального наблюдателя) следующего вида

$$\dot{\widetilde{z}} = N\widetilde{z} + My + FBu, \quad \widetilde{z}(t_0) = F\bar{x}_0, \tag{3}$$

где $\bar{x}_0$ — среднее значение x_0; u, y, x_0, $\widetilde{z}$, B и F имеют тот же смысл, что и в задаче (1), (2), а N и M — неизвестные матрицы соответствующих размеров. Основная идея метода построения функционального наблюдателя (3) заключается в сведении задачи определения неизвестных параметров функционального наблюдателя (матриц N

и M) к задаче на условный или безусловный минимум среднеквадратической ошибки (2) как функции от искомых параметров. В общем случае в задаче минимизации ограничением является условие несмещённости оценки $\widetilde{z}(t)$, однако для замкнутой системы ($u \equiv 0$), в которой $\bar{x}_0 = 0$, условие несмещённости выполняется автоматически [3].

Определение среднеквадратической ошибки (2) можно свести к вычислению интегралов вида

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{b_0(j\omega)^{n-1} + b_1(j\omega)^{n-2} + \ldots + b_{n-1}}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_n} \right|^2 d\omega. \qquad (4)$$

Для расчета интегралов вида (4) существуют специальные таблицы [5, с. 482].

Литература

1. Darouach M., Ali H. S. Optimal unbiased functional filtering in the frequency domain // Systems Science & Control Engineering: An Open Access Journal. 2014. V. 2, № 1. P. 308–315.
2. Nagpal K. M., Helmick R. E., Sims C. S. Reduced–order estimation — Part 1 Filtering // International Journal of Control. 1987. V. 45, № 6. P. 1867–1888.
3. Каменщиков М. А., Капалин И. В. Обобщение условия несмещённости фильтра для замкнутых систем // Дифференциальные уравнения. 2018. Т. 54, № 2. С. 286–287.
4. Коровин С. К., Фомичев В. В. Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
5. Воронов А. А. Теория автоматического управления. Ч. 2. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. М.: Высшая школа, 1986.