

НИЖНИЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ АСИМПТОТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ В НЕРАВЕНСТВЕ АХМАДА-ВАНГА С УТОЧНЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

**Макаренко Владимир Александрович,
Габдуллин Руслан Айдарович**

Студент(магистр), студент(магистр)

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: vlamakarenko@gmail.com, ruslixag@gmail.com

Пусть $X_1, X_2, \dots, X_n$ — независимые случайные величины (с.в.), с.в. X_k имеет функцию распределения (ф.р.) $F_k(x)$, $E(X_k) = 0$, $E(X_k^2) = \sigma_k^2 < \infty$. Обозначим $B_n^2 = \sum_{k=1}^n \sigma_k^2$, $S_n = B_n^{-1} \sum_{k=1}^n X_k$, и пусть $\bar{F}_n(x)$ — ф.р. с.в. S_n , $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, а $\mathcal{G}$ — класс всех неотрицательных неубывающих функций $g(z)$, определенных на $[0, \infty)$ и таких, что $z/g(z)$ не убывает при $z > 0$. Обозначим

$$g_0(z) = z, \quad g_1(z) = 1,$$

$$\mu_k(z) = \int_{|x| < z} x^3 dF_k(x), \quad \lambda_k(z) = z \int_{|x| \geq z} x^2 dF_k(x),$$

$$L_{n,g}^3(\varepsilon, \gamma) = \frac{1}{B_n^2 g(B_n)} \cdot \sup_{0 < z < \varepsilon B_n} \frac{g(z)}{z} \left(\gamma \left| \sum_{k=1}^n \mu_k(z) \right| + \sum_{k=1}^n \lambda_k(z) \right),$$

$$\tilde{L}_{n,g}^3(\varepsilon, \gamma) = \frac{1}{B_n^2 g(B_n)} \cdot \left(\gamma \frac{g(\varepsilon B_n)}{\varepsilon B_n} \left| \sum_{k=1}^n \mu_k(\varepsilon B_n) \right| + \sup_{0 < z < \varepsilon B_n} \frac{g(z)}{z} \sum_{k=1}^n \lambda_k(z) \right),$$

$$\Delta_n = \sup_x \left| \bar{F}_n(x) - \Phi(x) \right|.$$

Теорема 1. Для произвольных $\varepsilon > 0, \gamma > 0, 0 < \varepsilon_1 \leq 1$ справедливы неравенства

$$\Delta_n \leq C(\varepsilon, \gamma) \cdot L_{n,g}^3(\varepsilon, \gamma), \quad (1)$$

$$\Delta_n \leq C_1(\varepsilon_1, \gamma) \cdot \tilde{L}_{n,g}^3(\varepsilon_1, \gamma), \quad (2)$$

где C и C_1 зависят только от соответствующих параметров, причем $C(1, 1) \vee C_1(1, 1) \leq 2.73$.

Обозначим

$$C_{AB}(g) = \sup_F \limsup_{n \rightarrow \infty} \Delta_n(F) / L_{n,g}^3(1, 1),$$

$$\overline{C_{AE}}(g) = \limsup_{n \rightarrow \infty} \sup_F \Delta_n(F)/L_{n,g}^3(1, 1),$$

$$C_{AE}(g) = \limsup_{l \rightarrow 0} \sup_{n, F: L_{n,g}^3(1,1)=l} \Delta_n(F)/l,$$

$$\underline{C_{AE}}(g) = \limsup_{l \rightarrow 0} \limsup_{n \rightarrow \infty} \sup_{F: L_{n,g}^3(1,1)=l} \Delta_n(F)/l,$$

$$C_{AE}^*(g) = \sup_{l > 0} \limsup_{n \rightarrow \infty} \sup_{F: L_{n,g}^3(1,1)=l} \Delta_n(F)/l.$$

Теорема 2. *Справедливы следующие оценки:*

$$C_{AB}(g_1) = 0,$$

$$C_{AE}(g_0) \wedge \overline{C_{AE}}(g_0) \geq \max_{g \in \mathcal{G}} C_{AB}(g) = C_{AB}(g_0) \geq \frac{\sqrt{10} + 3}{6\sqrt{2\pi}},$$

$$C_{AE}^*(g_0) \wedge \overline{C_{AE}}(g_1) \geq 1/2,$$

$$\underline{C_{AE}}(g_0) \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Работа поддержана грантом МД-2116.2017.1.

Литература

1. Ahmad I. A., Wang N. A Berry–Esseen Inequality without Higher Order Moments. The Indian Journal of Statistics. 2016.
2. Esseen C. G. On the reminder term in the central limit theorem. Arkiv for Matematik. 1968. Band 8, nr 2. p.7-15.
3. Ибрагимов И. А. О точности аппроксимации функций распределения сумм независимых величин нормальным распределением. Теория вероятностей и ее применения. 1966. Т. 11, №4. С. 632-655.
4. Шевцова И. Г. Точность нормальной аппроксимации: методы оценивания и новые результаты. М.: АРГАМАК-МЕДИА, 2016.
5. Шевцова И. Г., Габдуллин Р. А., Макаренко В. А. Верхняя оценка абсолютной константы в неравенстве Эссеена. Пермский государственный национальный исследовательский университет. 2016. Вып. 27. стр. 101-113