

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ В СИСТЕМЕ С КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКОЙ

Иванова Елена Михайловна

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: elena.ivanova1908@gmail.com

В данной работе рассматривается движение, в каждый момент времени $t \in [\tau, \theta]$ описываемое одной из k линейных управляемых систем дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}(t) = A_i(t)x(t) + B_i(t)u_c(\pi_t) \quad i = 1, \dots, k \quad (1)$$

с непрерывными матричными коэффициентами $A_i(t)$, $B_i(t)$. Непрерывная компонента управления удовлетворяет ограничению: $u_c(\pi_t) \in \mathcal{E}(p(t), P(t))$, где $\mathcal{E}(p(t), P(t))$ — невырожденный n_u -мерный эллипсоид, матрично-значные функции $p(t)$, $P(t)$ — непрерывны. Номер активной в момент времени t системы контролируется дискретной компонентой управления $u_d(\pi_t)$. При этом частота переключений между системами (1) ограничена снизу.

Под π_t понимается позиция $\{t, x, i, t_{swl}\}$ совокупной гибридной [2] системы, где $t \in \mathbb{R}$ — текущий момент времени, $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ — значение вектора фазовых координат, $i \in \{1, \dots, k\}$ — номер активной системы дифференциальных уравнений, $t_{swl} \in (\infty, t]$ — время последнего переключения, произошедшего в системе к моменту времени t .

В работе исследуется разрешимость задачи о переводе системы из начальной позиции $\{t, x, i, t_{swl}\}$ в целевую многозначную позицию $\mathcal{M} = \{\theta, \mathcal{E}(m, M), \{1, \dots, k\}, (-\infty, \theta]\}$, где $\mathcal{E}(m, M)$ — некоторый невырожденный n_x -мерный эллипсоид.

Определение 1. Множеством разрешимости $\mathcal{W}(t, \theta, \mathcal{M})$ в момент времени $t \in [\tau, \theta]$ позиции $\mathcal{M}$ называется совокупность всех точек $\{x, i, t_{swl}\}$ фазового пространства гибридной системы, для которых существуют допустимые управления $u_d^*(\pi_t)$, $u_c^*(\pi_t)$ такие, что для соответствующей им траектории гибридной системы, выпущенной из позиции $\{t, x, i, t_{swl}\}$, справедливо $\{\theta, x^*(\theta), i^*(\theta), t_{swl}^*(\theta)\} \in \mathcal{M}$.

Определение 2. Центральна-радиальная функция центрально-симметричного множества A есть отображение $r_A: \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}$, такое что $r_A(l) = \max\{\lambda \geq 0: c_A + \lambda l \in A\}$, где c_A — центр симметрии множества A .

В ходе исследования были получены следующие основные теоретические результаты.

Теорема 1. Для любого фиксированного направления $l \in \mathbb{R}^{n_x}$ можно построить эллипсоид $\mathcal{E}(q_{u_d}^l(t), Q_{u_d}^l(t))$, такой что

1. $\mathcal{E}(q_{u_d}^l(t), Q_{u_d}^l(t)) \subseteq W_{u_d}^x(t, \theta, \mathcal{M})$.
2. $r(l \mid \mathcal{E}(q_{u_d}^l(t), Q_{u_d}^l(t))) = r(l \mid W_{u_d}^x(t, \theta, \mathcal{M}))$.

Здесь $W_{u_d}^x(t, \theta, \mathcal{M})$ — проекция множества разрешимости, отвечающего фиксированной компоненте u_d , на пространство $\mathbb{R}^{n_x}$.

Теорема 2. Множество разрешимости $\mathcal{W}(t, \theta, \mathcal{M})$ имеет следующий вид $\mathcal{W}(t, \theta, \mathcal{M}) = \{t, W^x(t, \theta, \mathcal{M}), \{1, \dots, k\}, (-\infty, t]\}$, причем справедливо:

$$x \in W^x(t, \theta, \mathcal{M}) \Leftrightarrow \max_{u_d} r(x - q_{u_d}(t_j) \mid W_{u_d}^x(t_j, \theta, \mathcal{M})) \geq 1 \Leftrightarrow \\ \max_{u_d} r(x - q_{u_d}(t_j) \mid \mathcal{E}(q_{u_d}^{x-q_{u_d}}(t_j), Q_{u_d}^{x-q_{u_d}}(t_j))) \geq 1.$$

Найденные внутренние эллипсоидальные аппроксимации были использованы для построения программного целевого управления для любой начальной позиции $\{t, x, i, t_{swl}\} \in \mathcal{W}(t, \theta, \mathcal{M})$. Также, основываясь на методах, приведенных в [1–3], был разработан алгоритм синтеза целевых управлений.

Литература

1. Kurzhanski A. B., Varaiya P. Dynamics and control of Trajectory Tubes. Birkhauser, 2014.
2. Куржанский А. Б., Точилин П. А. Слабо инвариантные множества гибридных систем. // Дифференциальные уравнения. 2008. Т. 44, № 11. С. 1523–1533.
3. Mazurenko S. Partial differential equation for evolution of star-shaped reachability domains of differential inclusions. // Set-valued and variational analysis. 24:2, 2016, P. 333–354.
4. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.