

О ТЕСТАХ ПРИ НЕИСПРАВНОСТЯХ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ НА ВХОДАХ СХЕМ

Курбатская Виктория Константиновна

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: kurbatskaia.vk@gmail.com

Рассматривается задача поиска длины проверяющего и диагностического теста относительно некоторых типов неисправностей на входах схем.

Циклическим сдвигом переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ будем называть подстановку на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$:

$$\varphi^k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i_1^k & i_2^k & \dots & i_n^k \end{pmatrix},$$

где $i_j^k = j - k \pmod{n}$, $j \in [1, n]$, $k \in [0, n - 1]$.

Циклическим сдвигом с отражением переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ будем называть подстановку на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$:

$$\psi^{k,m} = \begin{cases} \varphi^k, & m = 0 \\ \psi(\varphi^k), & m = 1 \end{cases}, \text{ где}$$

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}, k \in [0, n-1].$$

Пусть переменные $x_1, x_2, \dots, x_n$ разбиваются на p непересекающихся подмножеств мощности $k_1, k_2, \dots, k_p$. Будем говорить, что в функции f произошел циклический сдвиг (с отражениями) переменных при фиксированном разбиении множества переменных на подмножества, если внутри каждого из подмножеств происходит циклический сдвиг (с отражением) переменных этого подмножества. Обозначим данный источник неисправности через $C, k_1 \dots k_p$ ($CR, k_1 \dots k_p$).

Пусть $l_A^{detect}(f)$ ($l_A^{diag}(f)$) — длина минимального проверяющего (диагностического) теста для функции f относительно источника неисправности A . Введем функцию Шеннона длины диагностического теста $l_A^{diag}(n) = \max_{f \in P_2^n} l_A^{diag}(f)$.

Теорема 1. При $p > 0, k_i > 1 \forall i \in [1, p]$ $l_{C, k_1 \dots k_p}^{diag}(n) = k_1 k_2 \dots k_p - 1$.

Теорема 2. Если $p > 0, k_i > 2 \forall i \in [1, p]$, то

$$l_{CR, k_1 \dots k_p}^{diag}(n) \geq 2^p k_1 k_2 \dots k_p - 2^m, \text{ где } m - \text{число } k_i \in \{3, 4, 5\}.$$

Если $k_i > 5 \forall i \in [1, p]$, то $l_{CR, k_1 \dots k_p}^{diag}(n) = 2^p k_1 k_2 \dots k_p - 1$.

Функция $f(x_1, \dots, x_n)$ называется ступенчатой функцией, если $f(\tilde{\alpha}) = 1 \Leftrightarrow \nu(\tilde{\alpha}) \geq k, k \in [0, 2^n]$, где $\nu(\tilde{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i 2^{n-i}$. Обозначим через F_n множество всех ступенчатых функций от n переменных.

Будем говорить, что в функции f произошло монотонное симметрическое слияние переменных $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$, если вместо исходной функции f реализуется функция, полученная из f подстановкой вместо каждой из переменных $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$ некоторой монотонной симметрической функции. Данный источник неисправности обозначим через MS . Пусть $l_{MS}^{detect}(F_n) = \max_{f \in F_n} l_{MS}^{detect}(f)$.

Теорема 3. При $n \in \mathbb{N}$ $n \leq l_{MS}^{detect}(F_n) \leq n + 1$.

Константными неисправностями типа 0(1) на входах схемы, реализующей функцию $f(x_1, \dots, x_n)$, будем называть подстановку вместо некоторых переменных функции $f(x_1, \dots, x_n)$ констант 0(1).

Будем рассматривать смешанный источник неисправностей, состоящий из единичной константной неисправности типа 0 (типа 1) и циклических сдвигов при фиксированном разбиении множества переменных, обозначим этот источник неисправностей через $C_{k_1, \dots, k_p}^0 (C_{k_1, \dots, k_p}^1)$.

Теорема 4. При $p \geq 1, k_1, k_2, \dots, k_p \geq 2, i \in \{0, 1\}$

$$l_{C^i, k_1, \dots, k_p}^{diag}(n) \geq k_1 \dots k_p \cdot \frac{n - p + 2}{2}.$$

Литература

1. Романов Д. С. О тестах относительно перестановок переменных в булевых функциях // Прикладная математика и информатика. Труды факультета Вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова. Вып. 41. М.: МАКС Пресс, 2012. С. 113–121.
2. Романов Д. С. Метод синтеза легкотестируемых схем, допускающих единичные проверяющие тесты константной длины // Дискретная математика. 2014. Т. 26, № 2. С. 100–130.