

УСТОЙЧИВОЕ ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОДНОСТОРОННЕГО ДИРИХЛЕ-УПРАВЛЕНИЯ КОЛЕБАНИЯМИ БАЛКИ

Бадрутдинов Аяз Робертович

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: badrutdinov.ayaz@yandex.ru

Рассматривается задача одностороннего Дирихле-управления поперечными колебаниями балки с закрепленным неуправляемым краем:

$$\begin{aligned}y_{tt} + y_{xxxx} &= 0, \quad (x, t) \in Q = \{0 < x < l, 0 < t < T\}, \\y|_{x=0} &= u(t), \quad y_{xx}|_{x=0} = 0, \quad 0 < t < T, \\y|_{x=l} &= 0, \quad y_{xx}|_{x=l} = 0, \quad 0 < t < T, \\y|_{t=0} &= 0, \quad y_t|_{t=0} = 0, \quad 0 < x < l. \\y|_{t=T} &= y_0(x), \quad y_t|_{t=T} = y_1(x),\end{aligned}$$

где управления выбираются из гильбертова пространства Лебега $L^2(0, T)$. Балка начинает движение из состояния покоя, а цельюкладываемого управления является её приведение в фиксированный конечный момент времени в заданное положение $y_0(x)$ с заданной скоростью $y_1(x)$. Задачу можно переформулировать в виде операторного уравнения $Au = (y|_{t=T}, y_t|_{t=T})$ с линейным и непрерывным оператором A . Для численного решения такой задачи ранее применялся вариационный метод М.М.Потапова, использующий в качестве априорной информации оценки, связанные с точным решением исходной задачи. Однако получение таких оценок во многих случаях является достаточно трудоёмким, а сами оценки далёкими от оптимальных. В то же время, непосредственное применение методов регуляризации типа А.Н. Тихонова для решения данной задачи не представляется возможным в силу некомпактности оператора и следующей из неё невозможности его равномерного конечномерного приближения. Вместо этого в данной работе предлагается рассмотреть действие оператора в новой паре пространств $L^2(0, T) \rightarrow Z^* \times W^*$, $Z = \{f(x) \in H^2(0, l) \mid f(0) = f(l) = 0\}$, $W = \{f(x) \in H^4(0, l) \mid f(0) = f(l) = f''(0) = f''(l) = 0\}$, в которой исходный оператор становится компактным и становится возможным по-

лучение оценок погрешности его приближения по операторной норме. В данной работе приближенный оператор строится с помощью неявной разностной схемы и параметр погрешности выражается явно. Полученные оценки позволяют применять для решения исходной задачи методы регуляризации типа А.Н. Тихонова, обеспечивающие сильную сходимость построенных управлений к искомому.

Литература

1. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М.: МЦНМО, 2011.
2. Васильев Ф. П., Куржанский М. А., Потапов М. М., Разгулин А. В. Приближенное решение двойственных задач управления и наблюдения // М.: МАКС Пресс 2010.
3. Васильев Ф. П., Осипов Ю. С., Потапов М. М. Основы метода динамической регуляризации // МГУ 1999
4. Самарский А. А., Тихонов А. Н. Уравнения математической физики // МГУ 1999