Секция «Риски и методы воздействия на риск»

Применение технологий моделирования природных катастроф

Научный руководитель – Котлобовский Игорь Борисович

Бардин Игорь Юрьевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Экономический факультет, Кафедра управления рисками и страхования, Москва, Россия
E-mail: bardin85@mail.ru

Применение технологий моделирования природных катастроф

Убытки от природных катастроф имеют большую дисперсию, являющуюся следствием большой волатильности в величине убытка и частоте. Как пример, ураганы могут привести к экстремально большим убыткам, возникшим в результате большого количества небольших убытков. Именно поэтому страховой рынок катастрофических рисков необходимо моделировать [5]. Модели динамического финансового анализа (DFA) представляют собой симуляционные модели и должны применяться для более качественной оценки риска и его ценообразования.

В связи с появлением новых методов финансирования риска, актуальной стала задача разработки новых моделей, позволяющих сделать оценки параметров катастроф в различных регионах и разработать наилучшее решение для каждого конкретного случая. Данное направление развивается с начала 90-х годов века. Так, одними из самых популярных моделей являются:

- HAZUS (FEMA,США),
- EQECAT (Catastrophe Risk Modeling Software and Consulting, США),
- NATHAN (Munich Re, Германия),
- URS (Ultimate Risk Solution, США)
- ReMetrika (AON, США)

Тем не менее, в России необходимо развитие своих моделей и карт рисков, чтобы, во-первых, не зависеть от моделей иностранных компаний, во-вторых, проверять эти модели “вручную”, моделируя отдельно величину убытков и их частоту (ниже мы приведем пример такого расчета).

Итак, важность моделирования природных катастроф с целью их прогнозирования и анализа различных механизмов защиты [3], в частности страхования, очевидна. Для моделирования рисков необходимо знать функцию распределения величины ущерба и частоты ущерба. Наиболее часто используются следующие функции распределения: логнормальное, нормальное, парето, гамма-распределение, экспоненциальное, вейбулла, фреше.

Эти функции распределения моделируются в статистической программе R, пакет Actuar.

Для распределения частоты ущерба используется распределения Пуассона или негативное биномиальное распределение.

На практике чаще всего используется Парето-распределение. Однако применение его имеет свои недостатки: так, у этого распределения есть свойство, математическое ожидание и дисперсия Парето-распределенной случайной величины совпадают, что редко соответствует реальности.

Применение моделирования природных катастроф: пример ручного расчета

В качестве применения рассмотрим гипотетический пример катастрофических убытков (от ураганов). В докладе будет подобрано распределение (как визуально, так и с использованием R), максимально подходящее под эти катастрофические убытки и посчитано математическое ожидание таких убытков.

Так, экспоненциальное распределение падает очень быстро и таким образом, недооценивает частоту катастрофических (крупных) убытков. Таким образом, оно в целом не подходит для моделирования таких убытков (см. [7]).

Рассмотрим теперь Парето распределение, которое подходит в случае, если исследуются убытки начиная с определенного уровня (приоритета).

Функция fitdistr пакета Mass дает оценку единственного параметра этого распределения: λ= 1.043620*10^{-6}

Распределение гамма не подходит в целом для моделирования катастрофических убытков, так как имеет мало массы для больших убытков.

Рассмотрим далее функцию распределения Фреше: F(x) = (exp^(−x))^{−α}, и имеет математическое ожидание E(X) = Γ(1 - 1/α), для так называемой α-параметризации.

Оценка параметров распределения методом максимального правдоподобия в статистической программе R. Вызов в программе, с помощью, out $<$ −gev.fit(loss, 0)), дает следующие оценки параметров:

μ = 6,045404*10^{5}; σ = 7, 410933*10^{5}; γ= 2,207561.

Для катастроф, имеющих низкую вероятность возникновения, но несущих крупный ущерб, как правило используется распределение Парето или Фреше. В случае крупных убытковлучше подходит распределение Фреше[6].

Математическое ожидание в случае распределения Фреше, вычислим с помощью формулы E(X) = Γ(1 - 1/α), указанной выше, и получим 1.035 Млн

Далее, пусть приоритет перестраховочной защиты u = 2 Млрд., посчитаем перестраховочную премию для договора перестрахования эксцедента убытка, 6,8 xs 2,0 Млрд.

Для расчетов используем классическую теорию экстремальных значений (extreme value theory). Итак, для рассматриваемых нами катастрофических убытков выше границы u, подберем параметры обобщенного Парето-распределения (GPD).

С помощью функции gpd.fit пакета ismev и вызовов *out < −gpd.fit(loss, 2.000.000)* и *outmle,* посчитаем оценки параметров распределения: σ = 914.002, γ = 0, 2314012.

Тогда получим, математическое ожидание 1 189 180 из формулы для математического ожидания случайной величины, имеющей обобщенное Парето-распределение:

Отметим, что это выше посчитанного выше математического ожидания всех убытков, посчитанного с помощью распределения Фреше (1035 Млн.). Таким образом, функция распределения Фреше является более легким распределением, по сравнению с обобщенным Парето-распределением, и в нашем случае, более подходящим.

Выше границы u лежат лишь три убытка, поэтому в данном случае: P(X $>$ u) = 3/27 и перестраховочная премия по договору эксцедента убытка может быть вычислена в первом приближении согласно формуле, (3/27)*1.03 Млрд., или примерно 115 Млн.

Таким образом, мы привели пример ручного моделирования природных катастроф с целью расчета перестраховочной премии. Любую модель для природных катастроф можно таким образом, перепроверить и подвергнуть сомнению или подтвердить расчетами.

Источники и литература

1) Г.Г. Малинецкий, Управление риском и редкие катастрофические события, Матем. Моделирование, 2002, том 14
2) Pusch C., Preventable Losses: Saving Lives and Property through Hazard Risk Management, World Bank, Disaster Risk Management Working Paper Series №. 9
3) Beirlant, J., Goegebeur, Y., Segers, J., Teugels, J., 2004. Statistics of Extremes-Theory and Applications, Wiley

4) Diers D., Stochastic modelling of catastrophe risks in DFA models
5) Beirlant, J., Goegebeur, Y., Segers, J., Teugels, J., 2004. Statistics of Extremes-Theory and Applications, Wiley
6) Embrechts P., Kluppelberg C., and Mikosch T., 2003. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Springer
7) Hogg R.V., Klugman S.A., 1984. Loss Distributions, John Wiley & Sons, New York
8) Dietz, H., 1990. Wohngebäudeversicherung: Bedingungen, Klauseln, Prämienrichtlinien, Versicherungstechnik, Karlsruhe, VVW
9) Resnick, S.I., 1997. Extreme Values, Regular Variation, and Point Processes, Springer, New York