

Применение неавтономных интегралов для исследования динамики кусочно-линейного осциллятора

Научный руководитель – Байков Александр Евгеньевич

Ковалев Николай Владиславович

Аспирант

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

Москва, Россия

E-mail: nick_scr@mail.ru

Рассматриваются квазиконсервативные механические системы, где кроме консервативных сил действуют малые неконсервативные позиционные силы и малые линейные и нелинейные диссипативные силы. Предполагается, что уравнения движения невозмущенной системы (в отсутствие неконсервативных позиционных и диссипативных сил) имеют вид интегрируемой по Лиувиллю гамильтоновой системы, допускающей разделение переменных и эффективное введение переменных действие-угол.

Предлагается два метода построения семейства неавтономных интегралов квазиконсервативных систем. В первом методе неавтономные интегралы находятся в виде (формального) ряда по малому параметру [1]. При этом коэффициенты прямого разложения определяются из цепочки уравнений в частных производных первого порядка. Приводятся достаточные условия сходимости построенного ряда. Метод эффективен, если разложение интегралов производить в переменных действие-угол невозмущенной системы. Во втором методе для построения семейства неавтономных интегралов применяется метод усреднения. Получен критерий существования периодических движений квазиконсервативных систем в терминах 2π независимых неавтономных интегралов, где n — число степеней свободы. Для систем с двумя степенями свободы предложено необходимое и достаточное условие существования условно-периодических движений в терминах неавтономных интегралов.

Неавтономные интегралы существенно упрощают исследование динамики квазиконсервативных систем с сухим трением. Рассмотрена система из двух упруго закреплённых ящиков на подвижной ленте транспортёра. Обезразмеренные уравнения движения усреднены в двух случаях: нерезонансном и при резонансе 1:2 между частотами малых колебаний (в окрестности единственного положения равновесия системы). Найдено семейство инвариантных торов (в резонансном случае) и периодических орбит (при резонансе). Анализ семейства неавтономных интегралов усреднённых уравнений движения показал, что прочие движения системы после переходного процесса за конечное время принадлежат одному из предельных инвариантных торов, если резонансов нет, или одному из предельных циклов при резонансе. Также найдены и построены зоны залипания в фазовом пространстве системы, которые невозможно обнаружить методом усреднения.

Источники и литература

- 1) Ковалев Н. В. Прямое разложение неавтономных интегралов квазиконсервативных систем с одной степенью свободы // Журнал Средневолжского математического общества. — 2016. — Т. 18, № 3. — С. 32–40.