

Обход роботом с генератором случайных битов \mathbb{Z}^n при условии наличия камня и случайно раскрашенного подпространства размерности $n - 6$

Научный руководитель – Канель-Белов Алексей Яковлевич

Кондакова Елизавета Григорьевна

Студент (магистр)

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: likogra@gmail.com

В этом докладе разбирается способ построения обхода решетки \mathbb{Z}^n роботом со случайными битами при условии наличия камня и случайно раскрашенного подпространства размерности $n - 6$. Для удобства будем считать, что клетки подпространства раскрашены равновероятно в два цвета. Необходимо отметить, что при $n > 8$ данная задача не решается без раскраски.

Это одна из вариаций большого класса задач, в которых изучаются возможности обхода разнообразных графов одним или группой детерминированных автоматов, иногда с улучшениями, такими как магазинная память или случайные биты [1, 2]. Ниже под роботом будем подразумевать недетерминированный конечный автомат, коим по сути и является робот со случайными битами.

Построение робота будет проделано в несколько итераций:

- Построение случайного блуждания, обходящего случайно раскрашенное пространство, для которого существует такая машина Тьюринга с генератором случайных битов, что вероятностное распределение положения через n шагов у них совпадали.
- Построение робота на основе машины Тьюринга, который побывает с камнем в любой клетке раскрашенного подпространства сколь угодно много раз.
- Построение итогового робота обходящего уже всё пространство.

Определение 1. Назовем бесконечное дерево соответствующим, если степени всех его вершин конечны, и каждой вершине можно сопоставить неотрицательный целочисленный уровень i такой, что из вершины уровня i идёт ровно одно ребро в вершину уровня $i + 1$, а все остальные ребра в вершины уровня $i - 1$.

Теорема 1. *Случайное блуждание по соответствующему дереву, с равновероятными переходами по ребрам исходящим из одной вершины обходит весь граф.*

Теорема 2. *Случайно раскрашенному пространству размерности n можно отобразить в соответствующее дерево так, чтобы:*

- Каждая клетка отобразилась в вершину дерева
- В вершину 0 -ого уровня отобразилась ровно одна клетка
- В вершину i -ого уровня отобразилась кубик размерности n со стороной $10^i - 2$ клеток и только он
- Существует машина Тьюринга с генератором случайных битов, результатом работы которой при старте в некоторой клетке (обозначим её отображение в дерево через A) будет переход в клетку отображенную в соседнюю с A вершиной. Причем для любых вершин B_1, B_2 , соседних с A , вероятность оказаться в отображаемой в неё клетке совпадает.

Источники и литература

- 1) Анджанс А. В. Поведение детерминированных и вероятностных автоматов в лабиринтах: Дисс. канд. физ.-мат. наук. Рига, 1987.
- 2) Килибарда Г., Кудрявцев В. Б., Ушчумлич Ш. М. Системы автоматов в лабиринтах. // Интеллектуальные системы. 2006. Т. 10, № 1-4. С. 449–562.