Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Коллектив автоматов в конечно-порождённых группах.

Научный руководитель – Канель Алексей Яковлевич

Гусев Даниил Владимирович

Аспирант

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: gusdzerzhi@yandex.ru

Доклад посвящен обхождению лабиринта коллективом конечных автоматов. Эта часть теории автоматов прорабатывалась многими авторами [3, 5]. Встречаются различные вариации задач, но в целом они выглядит так: коллектив конечных автоматов двигается по рёбрам некоторого (возможно бесконечного) графа, необходимо выяснить смогут ли автоматы посетить все вершины графа.

Для примера можно рассмотреть задачу обхода $\mathbb{Z}$. Автомат с конечным числом состояний, двигающийся по $\mathbb{Z}$, не сможет обойти эту прямую. Однако можно легко показать, что коллектив из одного полноценного конечного автомата и двух автоматов-камней без внутреннего состояния, передвигающихся только совместно с главным, обходит $\mathbb{Z}$. В случае решёток $\mathbb{Z}^k, kgt; 1$ для обхода достаточно коллектива из автомата и трёх камней, причём с меньшим количеством камней обойти не получиться. Если из плоской решётки $\mathbb{Z}^2$ разрешить выкидывать некоторые вершины, то окажется, что автомата и трёх камней не достаточно для обхода [2] таких лабиринтов, при этом пяти камней хватит [7] (4 - открытый вопрос). Если же получившийся лабиринт будет ограничен, то будет достаточно двух камней [1].

Возникает закономерный вопрос, существуют ли лабиринты, которые не обходятся подобными системами. Ответ на этот вопрос положительный. Например, можно построить бесконечную лабиринт-ловушку на решётке $\mathbb{Z}^3$ для любой системы автоматов [4]. Но построение таких лабиринтов обычно довольно громоздко. Предлагается другой подход для построения подобных ловушек.

В качестве лабиринтов можно рассматривать графы Келли конечно порожденных групп. Такой подход даёт довольно интересные результаты. Оказывается, графы Келли бесконечных свободных бёрнсайдовых групп, существование которых доказано Новиковым и Адаяном [6], нельзя обойти никакой системой конечных автоматов. В докладе будет представлено доказательство этого факта.

Источники и литература

1) Blum M., Kozen D. On the power of the compass // Proc. 19th IEEE FOCS Conf. 1978. Pp. 132–142.
2) Kilibarda G. On the minimum universal collectives of automata for plane labyrinths // Discrete Math. Appl. 1993. Vol. 3. No. 6. Pp. 555–586.
3) Анджанс А. В. Поведение детерминированных и вероятностных автоматов в лабиринтах: Дисс. канд. физ.-мат. наук. Рига, 1987. 90 с
4) Килибарда Г., Ушчумлич Ш. О лабиринтах-ловушках для коллективов автоматов // Дискретная математика. 1993. Т. 5. Вып. 2. С. 29–50.
5) Кудрявцев, Г. Килибарда, Ш. Ушчумлич Системы автоматов в лабиринтах. Грант РФФИ № 06-01-00240.

6) Новиков П. С., Адян С. И., “О бесконечных периодических группах. I, II, III” // Изв. АН СССР. Сер. матем., 1968, 32(1), 212–244; 32(2), 251–524; 32(3), 709–731.
7) Szepietowski A. A finite 5-pebble-automaton can search every maze // Information Processing Letters. 1982. Vol. 15. No. 5. Pp. 199–204.