Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

О сложности реализации матрицы размера $2 \times q$ схемами композиции

Научный руководитель – Кочергин Вадим Васильевич

Корнеев Сергей Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дискретной математики, Москва, Россия

E-mail: subjectnamehere4444@yandex.ru

Рассматривается задача о сложности реализации матриц схемами композиции. Под сложностью в такой модели понимается минимальное число операций композиции, достаточное для вычисления системы по переменным. Сложность матрицы интерпретируется как сложность системы мономов: строки соответствуют мономам, столбцы — переменным, а элементы матрицы — степеням переменных. Используемая операция композиции являются обобщением операции умножения и даёт простую и точную оценку для сложности возведения в степень (см. [1], [2]).

Две полученные оценки устанавливают сложность реализации матрицы размера $2 \times q$ с точностью до константы и дают асимптотически точную оценку при $q \to \infty$.

Теорема 1. *Пусть в целочисленной матрице*

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_{q-1} & a_q \\ b_1 & b_2 & \dots & b_{q-1} & b_q \end{pmatrix}$$

все элементы неотрицательны и нет нулевых строк и столбцов.Тогда

$$l_{sh}(A) = \log \max_{1 \le k,l \le q} \left(\frac{b_k a_l}{\min\left(\max\left(b_l, 1\right), \max\left(a_k, 1\right)\right)} \right) + O(q).$$

Теорема 2. *В условиях теоремы* 1 *справедливо соотношение*

$$l_{sh}(A) = \max_{1 \le s,t \le q} l_{sh} \begin{pmatrix} a_s & a_t \\ b_s & b_t \end{pmatrix} + O(q).$$

Источники и литература

1) Ширшов А. И. Некоторые алгоритмические проблемы для алгебр Ли // Сибирский математический журнал. 1962. Т. 3. С. 292–296.
2) Мерекин Ю. В. О порождении слов с использованием операции композиции // Дискретный анализ и исследование операций. Сер. 1. 2003. Т. 10, № 4. С. 70–78.