Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Неразрешимость вложения аффинной прямой

Научный руководитель – Белов Алексей Яковлевич

Карпушкин Данил Дмитриевич
Студент (магистр)
Московский физико-технический институт, Москва, Россия
E-mail: Kardanil@mail.ru

Постановка задачи: существует ли такая машина Тьюринга, которой на вход подаётся уравнение с n переменными с коэфициентами из C, которая отвечает положительно, если существует нетривиальное решение этой системы в C[x] и отрицательно в обратном случае. Тривиальным решением в данной задаче называется решение, в котором каждой переменной сопоставлена константа. Данная задача принадлежит классу задач, вытекающих из 10 проблемы Гильберта, которая была окончательно доказана в 1970 году Матиясевичем. После решения 10 проблемы Гильберта было решено множество вопросов: разрешимость над полями конечной характеристики и разрешимость над C, а так же и остались нерешенные, самый известный из которых - разрешимость уравнений над полем рациональных чисел. В настоящее время многими учеными проводится работа над решением обширного класса задач, связанных с этой проблемой. В основном все исследования в этой сфере направлены на установление свойств колец, для которых выполняется или не выполняется 10 проблема Гильберта. В настоящей работе рассматривается вопрос о возможности вложения прямой в многообразие, тем самым задача приобретает более отчётливый геометрический смысл и некоторые ограничения на решение. План решения задачи состоит в нахождении подобной структуры из решения Матиясевича 10 проблемы, а именно рассмотрены свойства аналога уравнений Пелля для C[x], из которых и следует неразрешимость поставленной задачи.

Источники и литература

1) Матиясевич Ю. В., Десятая проблема Гильберта, Наука, М., 1993
2) Martin Davis, Hilary Putnam, and Julia Robinson. The decision problem for exponential diophantine equations. Ann. of Math. (2), 74:425–436, 1961