

Сильно вербально замкнутые группы

Научный руководитель – Клячко Антон Александрович

Мажуга Андрей Михайлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия
E-mail: mazhuga.andrew@yandex.ru

Условие *вербальной замкнутости* подгруппы группы, введенное А. Романьковым и В. Мясниковым в работе [3], идейно аналогично хорошо изученному условию *алгебраической замкнутости*. Несложно показать (см., например, [1]), что в общем случае условие вербальной замкнутости слабее условия алгебраической замкнутости. Следовательно, естественным образом возникает вопрос при каких дополнительных ограничениях на подгруппу H и группу G эти условия эквивалентны. В работах [3] и [4] эквивалентность вербальной и алгебраической замкнутости была установлена для подгрупп конечно порожденных свободных и конечно порожденных свободных нильпотентных групп, соответственно. В работе [1] было доказано, что многие почти свободные (и все свободные) вербально замкнутые подгруппы алгебраически замкнуты в любой группе. Мы называем группу *сильно вербально замкнутой*, если она алгебраически замкнута в любой подгруппе, в которой она вербально замкнута. Заметим, что упомянутый выше результат работы [1], устанавливает сильную вербальную замкнутость ряда почти свободных групп.

В данной работе мы устанавливаем достаточные условия сильной вербальной замкнутости группы. Из этих условий несложно вывести, что

Сильно вербально замкнутыми являются:

- 1) *все почти свободные группы, не имеющие нетривиальных нормальных конечных подгрупп, за исключением $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) * (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$;*
- 2) *все свободные произведения вида $H_1 * \dots * H_n$, $n \geq 2$, где H_i — нетривиальные группы, удовлетворяющие нетривиальным тождествам (возможно, разным), за исключением $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) * (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$;*
- 3) *фундаментальные группы всех замкнутых поверхностей, за исключением бутылки Клейна.*

Результаты работы опубликованы в Journal of Algebra [2].

Источники и литература

- 1) A. Klyachko and A. Mazhuga. Verbally closed virtually free subgroups // Sb. Math. (to appear)
- 2) A. Mazhuga. Strongly verbally closed groups // Journal of Algebra. 493 (2018), 171-184.
- 3) A. Myasnikov and V. Roman'kov. Verbally closed subgroups of free groups // Journal of Group Theory. 17 (2014), 29-40.
- 4) V. Roman'kov and N. Khisamiev. Verbally and existentially closed subgroups of free nilpotent groups // Algebra and Logic. 52 (2013), 336-351.