

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Численный анализ в теории m -гессиановских операторов

Научный руководитель – Филимонова Надежда Викторовна

Бакусов Павел Анатольевич

Студент (магистр)

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: bakusovpavel@gmail.com

Рассмотрим полностью нелинейный m -гессиановский оператор: $T_m[u] = T_m(u_{xx})$, равный сумме всех главных миноров порядка m матрицы Гессе $u_{xx} \in M_{n \times n}$, $1 \leq m \leq n$. Его частные случаи – это операторы Лапласа и Монжа-Ампера.

Для стационарного оператора $T_m[u]$ принято ставить задачу Дирихле, а для эволюционного $E_m[u] = -u_t T_{m-1}[u] + T_m[u]$ – первую начально-краевую задачу:

$$\begin{cases} T_m[u] = f(x) \\ u|_{\partial\Omega} = \phi(x) \end{cases}, x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n; \quad (1)$$

$$\begin{cases} E_m[u] = f(x, t) \\ u(x, 0) = \psi(x), u|_{\partial''Q} = \phi(x, t) \end{cases}, (x, t) \in Q = \Omega \times (0, 1). \quad (2)$$

Условия классической разрешимости задач (1) и (2) исследовались, например, в работах [1] и [2].

Наша работа посвящена численному решению этих задач, поскольку данный вопрос освещён в единичных публикациях, [3], исследованы отдельные частные случаи задач (1), (2). Мы рассматриваем радиально-симметричную постановку задач (1), (2), что позволяет получить более общие результаты.

Для задачи (1) аналитическими методами была получена формула точного решения задачи Дирихле в шаре, получено условие выпуклости решения и исследованы свойства решения, а также проведено согласование с общей теорией разрешимости.

Для задачи (2) была построена численная схема решения первой начально-краевой задачи в круговом цилиндре на основе метода Ньютона и неявных сеточных методов, проведена численная проверка сходимости приближённого решения к точному, а также проверена существенная значимость условий, которые общая теория разрешимости накладывает на данные задачи (2).

Источники и литература

- 1) Caffarelli L., Nirenberg L., Spruck J. The Dirichlet problem for nonlinear second order elliptic equations, III: Functions of the eigenvalues of the Hessian // Acta Math. 1985. Vol. 155. P. 261–301.
- 2) Ivchikina N. M., Filimonenkova N. V. On algebraic and geometric conditions in the theory of Hessian equation // Journal of Fixed Point Theory and Applications. 2014. Vol. 16 P. 11–25.
- 3) Froese B. D., Oberman A. M., Salvador T. Numerical Methods for the 2-Hessian elliptic partial differential equation // IMA Journal of Numerical Analysis. 2017. 37 (1). P. 209–236.