

**Симуляции исчислений для релевантной логики  $\mathbf{R}$**

**Научный руководитель – Шангин Василий Олегович**

***Кожмяченко Даниил Андреевич***

*Студент (бакалавр)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Философский факультет, Кафедра логики, Москва, Россия

*E-mail: kodaniil@yandex.ru*

В данном докладе мы рассматриваем симуляции натурального пропозиционального исчисления для  $\mathbf{R}$  в языке, содержащем  $\wedge, \vee, \circ, \rightarrow, \neg$  при помощи аксиоматического исчисления  $h\mathbf{R}$  с правилами

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B}; \frac{A \quad B}{A \wedge B}$$

и следующими аксиомами.

- 1)  $A \rightarrow A$
- 2)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- 3)  $A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$
- 4)  $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- 5)  $(A \wedge B) \rightarrow A, (A \wedge B) \rightarrow B$
- 6)  $A \rightarrow (A \vee B), B \rightarrow (A \vee B)$
- 7)  $((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$
- 8)  $((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)), ((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)$
- 9)  $(A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$
- 10)  $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$
- 11)  $\neg\neg A \rightarrow A$
- 12)  $A \rightarrow (B \rightarrow (A \circ B))$
- 13)  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \circ B) \rightarrow C)$

Мы, кроме того, рассматриваем симуляции исчислений, получающихся при помощи добавления одного из следующих непрямых правил.

- 1)  $d\mathbf{R}: \frac{\Gamma \vDash B}{\Gamma \setminus \{A\} \vDash A \rightarrow B} (A \in \Gamma).$
- 2)  $n\mathbf{R}: \frac{\Gamma_1 \vDash B \quad \Gamma_2 \vDash \neg B}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \setminus \{A\} \vDash \neg A} (A \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2).$
- 3)  $o\mathbf{R}: \frac{\Gamma_1 \vDash A \vee B \quad \Gamma_2, A \vDash C \quad \Gamma_2, B \vDash C}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \vDash C}.$
- 4)  $f\mathbf{R}: \frac{\Gamma_1 \vDash A \circ B \quad \Gamma_2, A, B \vDash C}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \vDash C}.$

Наконец, мы даем следующую оценку симуляциям аксиоматических исчислений с добавленными правилами при помощи друг друга.

**Теорема 1.** Все исчисления с непрямыми правилами вывода линейно симулируют исчисление  $h\mathbf{R}$ .

**Теорема 2.** Исчисление  $d\mathbf{R}$  линейно симулирует все остальные исчисления.

**Теорема 3.** Исчисление  $n\mathbf{R}$  линейно симулирует исчисление  $o\mathbf{R}$ .

**Теорема 4.** Исчисление  $h\mathbf{R}$  квадратично симулирует исчисление  $d\mathbf{R}$ .

### Источники и литература

- 1) G. Restall. *An Introduction to Substructural Logics*. Routledge, 1 edition, 2000.
- 2) J.M. Dunn and G. Restall. Relevance logic. In Gabbay D.M. and Guenther F., editors, *Handbook of Philosophical Logic*, volume 3, pages 1–136. Kluwer, 2 edition, 2002.
- 3) A. Urquhart. The undecidability of entailment and relevant implication. *The Journal of Symbolic Logic*, 49(4):1059–1073, 1984.