

Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Число независимости случайного разреженного гиперграфа

Семенов Александр Сергеевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: alexsemenov1992@mail.ru

В работе рассматривается задача о числе независимости случайного разреженного графа в биномиальной модели. Исследуется асимптотика отношения числа независимости к числу вершин гиперграфа при их стремлении к бесконечности. С помощью рассуждений из [1] можно показать, что данный предел существует, а в случае, когда вероятность появления конкретного ребра в графе мала, предел данного отношения может быть вычислен. Для получения данного результата используется метод подобный описанному в [2]. Основным результатом работы являются две следующие теоремы.

Пусть $H = H(n, k, p)$ - k -однородный случайный гиперграф на n вершинах в биномиальной модели с вероятностью появления конкретного ребра равной $p = c/C_{n-1}^{k-1}$. Числом независимости $\alpha(H)$ будем называть размер максимального по мощности подмножества вершин гиперграфа, такого что мощность его пересечения с любым ребром H не превосходит $k - 1$.

Теорема 1. Для любого $k \geq 3$ существует предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E[\alpha(H(n, k, p))]}{n}.$$

Теорема 2. Пусть $c < 1/(k - 1)$. Для любого $k \geq 3$ предел из теоремы 1 может быть вычислен аналитически

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E[\alpha(H(n, k, p))]}{n} = L + \frac{c(k - 1)L^k}{k},$$

где L – это решение уравнения $L - e^{-cL^{k-1}} = 0$.

Данные теоремы являются обобщением результатов [1, 2] на случай гиперграфов.

Источники и литература

- 1) M. Bayati, D. Gamarnik, P. Tetali. Combinatorial approach to the interpolation method and scaling limits in sparse random graph, The Annals of Probability, v. 41, №6, 2013, pp. 4080-4115.
- 2) R. Karp and M. Sipser. Maximum matchings in sparse random graphs, 22nd Annual Symposium on Foundation of Computer Science, 1981, pp. 364-375.