

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Исследование модели вихревого движения сжимаемой среды

Турыньский Марко Казимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Москва,
Россия

E-mail: M13041@yandex.ru

Мы изучаем специальный класс решений с линейным профилем скорости для системы уравнений, описывающей движение воздуха над земной поверхностью с учетом трения (см. [1]):

$$\begin{aligned} \dot{R} + RQ + Q^T R + (\gamma - 1)\text{tr}QR &= 0, \\ \dot{Q} + Q^2 + lLQ + \mu Q + 2c_0 R &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $\mu \geq 0$ — коэффициент трения о подстилающую поверхность, l — постоянный параметр Кориолиса, γ — показатель адиабаты ($1 < \gamma < 2$), $c_0 > 0$ — константа, характеризующая адиабатический процесс, матрица $L = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Элементы матрицы $Q =$

$\begin{pmatrix} a(t) & b(t) \\ c(t) & d(t) \end{pmatrix}$ характеризуют профиль скорости вихря; матрица $R = \begin{pmatrix} A(t) & \frac{1}{2}B(t) \\ \frac{1}{2}B(t) & C(t) \end{pmatrix}$ соответствует квадратичной форме, задающей поле давления внутри вихря.

Мы исследуем устойчивость положений равновесия этой системы. Это важно для нахождения параметров, обеспечивающих существование таких долгоживущих больших атмосферных вихрей, как тропические циклоны.

В частности, в случае отсутствия трения система (1) имеет одну особую точку, которая при определенном условии на отношение ω/l , где ω - величина завихренности, оказывается неустойчивой, что может быть доказано при помощи теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Однако, как показывают численные расчеты, при остальных значениях положение равновесия устойчиво по Ляпунову, но не асимптотически. Аналитическое доказательство этого факта является очень трудным, но в некоторых случаях это удастся сделать либо явным построением функции Ляпунова, либо при помощи использования критерия Бибикова.

Источники и литература

- 1) O.S.Rozanova, J.-L.Yu, M.K.Turzynsky, C.-K.Hu. Nonlinear stability of two-dimensional axisymmetric vortices in compressible inviscid medium in a rotating reference frame // arXiv:1511.07039.