Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Потенциал Рисса переменного порядка в пространствах обобщенной переменной гельдеровости

Дроботов Юрий Евгеньевич
Студент (специалист)
Южный федеральный университет, Факультет математики, механики и компьютерных наук, Ростов-на-Дону, Россия
E-mail: yu.e.drobotov@yandex.ru

Исследования операторов дробного интегродифференцирования в функциональных пространствах, определяющие характеристики которых не являются постоянными, играют важную роль в развитии современного функционального анализа. При этом хорошо разработанной является теория операторов дробного математического анализа постоянного порядка, подробно изложенная, например, в [1].

В качестве объекта изучения в настоящей работе выступает интегральный оператор Рисса переменного порядка по $\dot{\mathbb{R}}^n = \mathbb{R}^n \cup \{\infty\}$, имеющий вид

$$\left(I^{\alpha(\cdot)} f\right)(x) = \int\limits_{\dot{\mathbb{R}}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha(x)}} dy, \tag{1}$$

где $\forall x \in \dot{\mathbb{R}}^n \ \alpha(x) \neq n, n+2, n+4, \ldots$.

Обозначим символом $H^{\omega(\cdot)}\left(\dot{\mathbb{R}}^n\right)$ пространство функций f, непрерывных на $\dot{\mathbb{R}}^n$ и таких, что $\forall x \in \dot{\mathbb{R}}^n \ \Omega_r(f,t,x) \le c\omega(t,x)$, где $\Omega_r(f,t,x)$ – локальный модуль непрерывности функции $f(x)$, $t \in \mathbb{R}$, постоянная $c > 0$ не зависит от x и t. Функциональное пространство $H^{\omega(\cdot)}\left(\dot{\mathbb{R}}^n\right)$ называется пространством обобщенной переменной гельдеровости.

Пусть, далее, весовое пространство обобщенной переменной гельдеровости с весом, зависящим от параметра z, определено следующим образом:

$$H_z^{\omega(\cdot)}(\Omega,\rho) = \left\{ f \in C(\Omega) : \rho(z,x) f(x) \in H^{\omega(\cdot)}(\Omega), \forall x \in \Omega, 0 \le Re(z) < 1 \right\},$$

где $\Omega \subseteq \dot{\mathbb{R}}^n$, $Re(\cdot)$ — операция взятия действительной части комплексного числа.

В качестве основных в работе представлены результаты исследования условий ограниченного действия оператора **??** из пространства $H_x^{\omega(\cdot)}\left(\dot{\mathbb{R}}^n, g(x,y)\right)$ в $H^{\omega_\alpha(\cdot)}(\dot{\mathbb{R}}^n, \alpha)$, а также из $H_x^{\omega(\cdot)}\left(\dot{\mathbb{R}}^n, g(x,y)\right)$ в $H^{\omega_\alpha(\cdot)}(\dot{\mathbb{R}}^n)$, где

$$g(x,y) = 2^{\alpha(x)} \left(1+|x|^2\right)^{\frac{n-\alpha(x)}{2}} \left(1+|y|^2\right)^{-\frac{\alpha(x)+n}{2}},$$

$$\omega_\alpha(x,t) = t^{Re[\alpha(x)]}\omega(x,t).$$

Соответствующие теоремы сформулированы как в терминах функциональных классов Зигмунда–Бари–Стечкина, так и в терминах индексных чисел Матушевской–Орлича.

Источники и литература

1) Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск, 1987.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю кандидату физико-математичес наук, доценту Вакулову Б. Г. за мудрое наставничество и плодотворное сотрудничество в получении основных результатов данной работы.